600038085U

The Clarendon Laboratory
Oxford

From the Bequest of W. N. Stocker, Esq., M.A.
Brasenose College—1949

1962 e. 101

This book is on loan to the
Radcliffe Science Library
for an indefinite period.

[illegible]

Die

galvanische Kette,

mathematisch bearbeitet

von

Dr. G. S. Ohm.

Mit einem Figurenblatte.

Berlin, 1827.
Bei T. H. Riemann.

anzufeuern, noch, was doch unumgänglich nöthig ist, mich mit der auf ähnliche Arbeiten Bezug habenden Literatur in ihrem ganzen Umfange vertraut zu machen; daher habe ich zu meiner Proberolle ein Stück gewählt, wobei ich Konkurrenz am wenigsten zu scheuen brauchte. Möge der geneigte Zuschauer meine Leistung mit derselben Liebe zur Sache aufnehmen, aus der sie hervor gegangen ist!

Berlin, den 1. Mai 1827.

Der Verfasser.

Einleitung.

Das Streben dieser Abhandlung geht dahin, aus einigen wenigen, gröſstentheils durch die Erfahrung gegebenen Prinzipien den Inbegriff derjenigen elektrischen Erscheinungen in geschlossenem Zusammenhange abzuleiten, welche durch die Berührung zweier oder mehrerer Körper unter einander hervorgebracht und unter dem Namen der galvanischen begriffen werden; ihre Absicht ist erreicht, wenn auf solche Weise die Mannigfaltigkeit der Thatsachen unter die Einheit des Gedankens gestellt wird. Um mit den einfachsten Untersuchungen den Anfang zu machen, habe ich mich fürs erste darauf beschränkt, diejenigen Fälle vorzunehmen, wo die erregte Elektrizität nur in einer Dimension sich fortbewegt. Sie bilden gleichsam das Gerüste zu einem gröſseren Baue, und enthalten gerade den Theil, dessen genauere Kenntniſs aus den Anfangsgründen der Naturlehre zu

schöpfen ist, und auch seiner Zugänglichkeit halber darin in strenger Form gegeben werden kann. Zu Gunsten dieses besonderen Zweckes und zugleich als Einleitung in die Sache selbst schicke ich der gedrängten mathematischen Bearbeitung eine freiere, aber darum nicht weniger zusammenhängende, Uebersicht ihres Ganges und ihrer Resultate voraus.

Drei Gesetze, wovon das eine die Art der Elektrizitätsverbreitung innerhalb eines und desselben Körpers, das zweite die Art der Elektrizitätszerstreuung in die umgebende Luft, und das dritte die Art des Hervortretens der Elektrizität an der Berührungsstelle zweier heterogener Körper ausspricht, bilden die Grundlage der ganzen Abhandlung und enthalten zugleich Alles, was nicht auf eine vollständige Begründung Anspruch macht. Die beiden letztern sind reine Erfahrungsgesetze, das erstere aber ist seiner Natur nach wenigstens zum Theile theoretisch.

Was dieses erste Gesetz betrifft, so bin ich von der Annahme ausgegangen, daſs die Mittheilung der Elektrizität von einem Körperelemente nur zu dem ihm zunächst liegenden auf eine un-

mittelbare Weise erfolge, so daſs von jenem Elemente zu jedem andern entfernter liegenden kein unmittelbarer Uebergang Statt findet. Die Größe des Ueberganges zwischen zwei zunächst beisammen liegenden Elementen habe ich unter übrigens gleichen Umständen dem Unterschiede der in beiden Elementen befindlichen elektrischen Kräfte proportional gesetzt, gleichwie in der Wärmelehre der Wärmeübergang zwischen zwei Körperelementen dem Unterschiede ihrer Temperaturen proportional genommen wird. Man sieht hieraus, daſs ich von dem bisher üblichen, durch *Laplace* eingeführten Verfahren bei Molekularwirkungen abgewichen bin, und ich hoffe, daſs sich der von mir eingeschlagene Weg durch seine Allgemeinheit, Einfachheit und Klarheit sowohl, als durch das Licht, welches er auf den Sinn der früheren Methoden wirft, von selbst empfehlen werde.

In Ansehung der Elektrizitätszerstreuung in die Luft habe ich das von *Coulomb* durch Versuche ausgemittelte Gesetz beibehalten, demgemäſs der Verlust an Elektrizität eines von Luft umgebenen Körpers in einem Zeittheilchen von

konstanter Länge der Stärke der Elektrizität und einem von der Natur der Luſt abhängigen Koeffizienten proportional ist. Ein einfaches Zusammenhalten der Umstände, unter welchen *Coulomb* seine Versuche angestellt hat, mit den bei der Elektrizitätsbewegung vorhandenen zeigte jedoch, daſs bei den galvanischen Erscheinungen der Einfluſs der Luſt fast immer auſser Acht gelassen werden kann. Bei *Coulombs* Versuchen war nämlich die nach der Oberfläche der Körper hingedrängte Elektrizität ihrer ganzen Ausdehnung nach im Prozesse der Zerstreuung in die Luſt begriffen, während in der galvanischen Kette die Elektrizität fast immer das Innere der Körper durchzieht und deswegen nur zum kleinsten Theile mit der Luſt in Wechselwirkung kommt, so daſs hier die Zerstreuung in die Luſt in Vergleich zu jener nur äuſserst unbeträchtlich ausfallen kann. Diese aus der Natur der Umstände abgeleitete Folgerung wird durch die Erfahrung bestätigt; in ihr liegt der Grund, warum das zweite Gesetz nur sehr selten zur Sprache kommt.

Die Art und Weise, wie die Elektrizität an

der Berührungsstelle zweier differenter Körper hervortritt, oder die elektrische Spannung dieser Körper habe ich so ausgesprochen: Wenn verschiedenartige Körper sich einander berühren, so behaupten sie fortwährend an der Stelle der Berührung einen und denselben Unterschied ihrer elektroskopischen Kräfte.

Mit Zuziehung dieser drei Fundamentalsätze lassen sich die Bedingungen angeben, welchen die Elektrizitätsbewegung in Körpern von beliebiger Gestalt und Art unterworfen ist. Die Form und Behandlung der so erhaltenen Differenzialgleichungen ist denen für die Wärmebewegung durch *Fourier* und *Poisson* uns gegebenen so ähnlich, daſs sich schon hieraus, wenn auch weiter keine andern Gründe vorhanden wären, der Schluſs auf einen innern Zusammenhang zwischen beiden Naturerscheinungen mit allem Rechte machen lieſse, und dieses Identitätsverhältniſs nimmt zu, je weiter man es verfolgt. Diese Untersuchungen gehören zu den schwierigsten in der Mathematik, und können schon deſshalb nur allmählich einen allgemeinen Eingang sich verschaffen, darum ist es ein glücklicher Wurf, daſs bei ei-

nem nicht unwichtigen Theile der Elektrizitätsbewegung in Folge seiner besondern Natur jene Schwierigkeiten fast gänzlich wegfallen. Diesen Theil dem Publikum zunächst vorzulegen, hat gegenwärtige Schriſt sich zum Ziele gesetzt und daher nur so viel von zusammengesetzten Fällen in sich aufgenommen, als zur Sichtbarmachung des Ueberganges nöthig schien.

Die Natur und Gestalt, welche man den galvanischen Apparaten insgemein zu geben pflegt, begünstigt die Elektrizitätsbewegung nur nach einer Dimension, und die Schnelligkeit der Elektrizitätsverbreitung in Verbindung mit der nie versiegenden Quelle der galvanischen Elektrizität wird Ursache, daſs die galvanischen Erscheinungen gröſstentheils einen mit der Zeit sich nicht ändernden Charakter annehmen. Diese beiden den galvanischen Erscheinungen meistens zur Seite stehenden Bedingungen, nämlich Aenderung der elektrischen Beschaffenheit in einer einzigen Dimension und Unabhängigkeit derselben von der Zeit, sind es aber gerade, wodurch die Behandlung zu einem Grade der Einfachheit gebracht wird, der in keinem Theile der Naturlehre gröſser

angetroffen wird und ganz dazu geeignet ist, der Mathematik die Besitzergreifung eines neuen Feldes der Physik, von dem sie bisher fast gänzlich ausgeschlossen blieb, ohne allen Widerspruch zu sichern. So geht diese Wissenschaft, der Natur getreu, gleich ihr, in anspruchsloser Würde ihren unerschütterlichen Gang, kaum achtend der aus dem Zwiespalte der Zeit gegen sie gerichteten Verunglimpfungen, die schon bei ihrer Geburt alle Merkmahle eines hinfälligen, nur der Kunst angehörigen, Lebens an sich tragen.

Die chemischen Veränderungen, welche so häufig in einzelnen, meistentheils flüssigen, Theilen einer galvanischen Kette vor sich gehen, benehmen der Wirkung ihre natürliche Reinheit und verbergen durch die Verwickelungen, welche sie herbeiführen, den eigentlichen Hergang der Sache ungemein; in ihnen liegt der Grund eines beispiellosen Wechsels der Erscheinung, der zu so vielen scheinbaren Ausnahmen von der Regel, manchmal wohl gar zu Widersprüchen, in soweit der Sinn dieses Wortes nicht selbst mit der Natur im Widerspruche stehet, Anlaſs giebt. Aus dieser Ursache habe ich die Betrachtung sol-

cher galvanischer Ketten, in welchen kein Theil eine chemische Veränderung erleidet, von jenen, deren Thätigkeit durch eine chemische Wirkung getrübt wird, strenge geschieden und letztere im Anhange besonders betrachtet. Diese gänzliche Trennung beider zu einem Ganzen gehörenden Theile und, wie es scheinen möchte, Geringerstellung des letztern findet in folgendem Umstande ihren hinreichenden Erklärungsgrund. Eine Theorie, die auf den Namen einer unvergänglichen und fruchtbringenden Anspruch machen will, darf, däucht mir, ihre edle Herkunft nicht durch ein eitles Wortgepränge zu erkennen geben, sondern dadurch, daſs sie überall ihre Verwandtschaft zu dem Geiste, der die Natur beseelt, durch einen Parallelismus ihrer Aeuſserungen einfach und vollständig, ohne alles Hebezeug der Sprache, den Herold eines Kampfes der menschlichen mit einer höhern Kraft, in der Wirklichkeit nachweise. Diese Nachweisung ist für den ersten der genannten Theile, wie ich glaube, hinreichend vorhanden, theils durch die vorangegangenen Versuche Anderer, theils durch eigene, die anfänglich mich mit der hier entwickelten Theo-

rie befreundeten und später mich ihrer ganz versicherten. Nicht so verhält es sich in Ansehung des zweiten Theils. Ihm fehlt fast durchaus eine genauere Prüfung an der Erfahrung, welche vorzunehmen mir sowohl die nöthige Zeit als die erforderlichen Mittel fehlten, darum habe ich ihn bloſs in den Winkel gestellt, aus welchem er, wenn er es werth ist, zu seiner Zeit doch wohl hervorgezogen und dann bei besserer Pflege auch weiter *ausgebildet* werden wird. Ich kann in meiner Lage nichts weiter für ihn thun, als ihn gutherzigen Menschen mit der Wärme eines Vaters zu empfehlen, der, von blinder Affenliebe nicht bethört, sich daran begnügt, auf das freie, offene Auge, womit sein Kind arglos die arge Welt anguckt, hinzudeuten.

Mittelst des ersten und dritten Fundamentalsatzes gelangt man zu einer deutlichen Einsicht in die oberste galvanische Erscheinung auf folgende Weise. Denkt man sich nämlich einen, überall gleich dicken und homogenen Ring, an dessen einer Stelle, seiner ganze Dicke nach, eine und dieselbe elektrische Spannung, d. h. Ungleichheit in dem elektrischen Zustande zweier unmittelbar ne-

ben einander liegender Flächen, aus welchen Ursachen immer, eingetreten und demnach das elektrische Gleichgewicht gestört worden ist, so wird die Elektrizität in ihrem Streben, es wieder herzustellen, wenn ihre Beweglichkeit lediglich auf die Ausdehnung des Ringes beschränkt ist, nach beiden Seiten desselben abfließsen. Wenn jene Spannung bloſs ein Werk des Augenblicks war, so wird auch in Kurzem das Gleichgewicht wieder hergestellt sein, wenn hingegen die Spannung bleibend ist, so kann das Gleichgewicht nie wiederzurückkehren; aber die Elektrizität vermöge ihrer nicht fühlbar gehemmten expansiven Kraft führt in einem Zeitraume, dessen Dauer fast immer unsern Sinnen entgehet, einen Zustand herbei, der dem des Gleichgewichts am nächsten kommt, und darin besteht, daſs durch die fortdauernde Bewegung der Elektrizität nirgends eine wahrnehmbare Aenderung in der elektrischen Beschaffenheit der Körpertheile, durch welche der Strom geht, hervorgebracht wird. Die Besonderheit dieses auch bei der Bewegung der Wärme und des Lichtes häufig sich bildenden Zustandes hat darin ihren Grund, daſs jedes in dem Wir-

kungskreise liegende Körpertheilchen in jedem Augenblicke von der einen Seite her genau so viel von der bewegten Elektrizität in sich auf-nimmt, als es nach der andern Seite hin abgiebt und darum selber immer gleich viel behält. Da nun kraft des ersten Fundamentalsatzes der elektrische Uebergang unmittelbar nur von dem einen Körperelemente zum nächsten Statt findet und seiner Stärke nach, unter übrigens gleichen Um*ständen, durch* den elektrischen Unterschied der beiden Elemente bestimmt wird, so muſs offenbar an dem seiner ganzen Dicke nach gleichförmig angeregten, an allen Orten gleich beschaffenen, Ringe jener Zustand durch eine stetige von der Erregungsstelle ausgehende, durch den ganzen Ring gleichförmig fortschreitende, und zuletzt wieder in die Erregungsstelle zurückkehrende Aenderung des elektrischen Zustandes sich ankündigen, während an der Erregungsstelle selbst ein plötzlicher, die Spannung ausmachender, Sprung in der elektrischen Beschaffenheit, wie vorausgesetzt worden ist, bleibend wahrgenommen wird. In dieser einfachen Elektrizitätsvertheilung liegt

der Schlüssel zu den mannigfaltigsten Erscheinungen.

Die Art der Elektrizitätsvertheilung in dem Ringe ist durch die vorangegangene Betrachtung völlig bestimmt worden, aber die absolute Stärke der Elektrizität an den verschiedenen Stellen des Ringes bleibt noch ungewiſs. Man kann sich diese Eigenheit am besten dadurch versinnlichen, daſs man sich den Ring, ohne seine Natur zu ändern, an der Erregungsstelle geöffnet und in eine gerade Linie ausgestreckt denkt und die Stärke der Elektrizität an jeder Stelle durch die Länge einer da errichteten senkrechten Linie, Ordinate, versinnlicht, wobei die nach oben gerichteten einen positiv elektrischen, die nach unten gestellten aber einen negativ elektrischen Zustand der Stelle bezeichnen mögen. Die Linie AB (Fig. 1.) stelle sonach den in eine gerade Linie ausgestreckten Ring vor, und die auf AB senkrechten Linien AF und BG mögen durch ihre Längen die Stärke der an den Enden A und B befindlichen positiven Elektrizitäten bezeichnen. Zieht man nun von F nach G die gerade Linie FG, ferner FH parallel mit AB, so giebt die

Lage von FG die Art der Elektrizitätsvertheilung und die Gröſse BG—AF oder GH die an den Enden des Ringes hervortretende Spannung zu erkennen, und die Stärke der Elektrizität an irgend einer andern Stelle C läſst sich an der Länge der durch C auf AB senkrecht gezogenen CD leicht abnehmen. Durch die Natur der galvanischen Erregung wird aber bloſs die Gröſse der Spannung oder die Länge der Linie GH, also zwar die Differenz der Linien AF und BG bestimmt, die absolute Gröſse der Linien AF und BG ist jedoch dadurch keineswegs gegeben; daher läſst sich die Art der Vertheilung eben so gut durch jede andere der vorigen parallele Linie z. B. IK darstellen, für welche die Spannung noch immer denselben Werth behält und KN ist, weil die jetzt unterhalb AB liegenden Ordinaten eine der vorigen entgegengesetzte Beziehung annehmen. Welche von den unendlich vielen der FG parallelen Linien den wirklichen Zustand des Ringes ausdrücken werde, läſst sich im Allgemeinen nicht angeben, sondern muſs in jedem Falle aus den dabei Statt findenden Umständen besonders entschieden werden. Uebrigens ist

leicht einzusehen, daſs, da die gesuchte Linie der Lage nach gegeben ist, sie durch die Feststellung eines einzigen ihrer Punkte, oder mit andern Worten durch die Kenntniſs der elektrischen Kraft, an einer einzigen Stelle des Ringes gänzlich bestimmt sein wird. Wenn z. B. der Ring an der Stelle C durch Ableitung alle Elektrizität verlöre, so würde die mit FG parallel durch C gezogene Linie LM in diesem Falle den elektrischen Zustand des Ringes mit voller Bestimmtheit ausdrücken. In der hier ausgesprochenen Veränderlichkeit der Elektrizitätsvertheilung liegt der Grund einer den galvanischen Ketten eigenthümlichen Wandelbarkeit der Erscheinung. Noch füge ich bei, daſs es offenbar ganz gleichgültig ist, ob man die Stellung der Linie FG zu der AB bestimmt, oder ob man die Lage der Linie FG immer dieselbe bleiben läſst und dagegen die Stellung der Linie AB gegen sie verändert, welches letztere Verfahren eine viel gröſsere Einfachheit gestattet in solchen Fällen, wo die Elektrizitätsvertheilung eine mehr zusammengesetzte Gestalt annimmt.

Die eben vorgebrachte und für einen seiner

ganzen Ausdehnung nach homogenen Ring gültige Schluſsweiſe läſst sich leicht auf einen aus noch so vielen heterogenen Theilen zusammengesetzten Ring ausdehnen, wenn nur jeder Theil an sich homogen und überall von gleicher Dicke ist. Als Beispiel dieser Erweiterung mag ein aus zwei heterogenen Theilen zusammengesetzter Ring hier noch behandelt werden. Man stelle sich diesen Ring wieder wie vorhin an einer seiner Erregungs*stellen* geöffnet und in die gerade Linie ABC (Fig. 2.) ausgestreckt vor, so daſs AB und BC die beiden heterogenen Theile des Ringes bezeichnen. Die Senkrechten AF, BG sollen durch ihre Längen die an den Enden des Theiles AB, dagegen BH und CI die an den Enden des Theiles BC vorhandenen elektrischen Kräfte, demnach AF+CI oder FK die Spannung an der geöffneten Erregungsstelle, und GH die bei der Berührungsstelle in B eingetretene Spannung vorstellen. Hat man nun bloſs den bleibenden Zustand der Kette vor Augen, so werden aus der vorhin angezogenen Ursache die geraden Linien FG und HI durch ihre Lage die Art der Elektrizitätsvertheilung in dem Ringe zu erkennen ge-

ben; ob aber die Linie AC an ihrer Stelle bleiben werde, oder ob sie weiter hinauf oder weiter herab gerückt werden müsse, bleibt ungewiſs und kann nur in jedem besondern Falle durch anderweitige Betrachtungen ausgemacht werden. Wenn z. B. die Stelle O der Kette ableitend berührt und dadurch aller Elektrizität beraubt würde, so müſste die ON verschwinden und daher würde die durch N mit AC parallel gezogene Linie LM die in diesem Falle erforderliche Stellung von AC zu erkennen geben. Man sieht hieraus, wie bald diese, bald eine andere Stellung der Linie AC zu der die Elektrizitätsvertheilung darstellenden Figur FGHI die den Umständen angemessene werden kann, und erkennt darin die Quelle der schon erwähnten Wandelbarkeit galvanischer Erscheinungen.

Es ist jedoch zu einer gründlichen Beurtheilung des vorliegenden Falles noch die Beachtung eines Umstandes wesentlich erforderlich, dessen Erwähnung bisher absichtlich, um die verschiedenen Momente so scharf wie möglich von einander abzusondern, unterblieben ist. Die Entfernungen FK und GH sind zwar allerdings durch

die an den beiden Erregungsstellen vorhandenen Spannungen gegeben, aber dadurch allein wird die Figur FG′HI′ noch nicht gänzlich bestimmt. Es könnten z. B. die Punkte G und H nach G′ und H′ herab, rücken, so daſs G′H′ = GH wäre, dann würde die Figur FG′H′I entstehen, durch welche eine ganz andere Art der Elektrizitätsvertheilung angezeigt würde, obgleich in ihr die einzelnen Spannungen noch ihre vorige Gröſse behalten *haben*. *Soll* mithin das für die zweigliederige Kette Vorgebrachte einen Sinn erhalten, der keiner willkührlichen Deutung mehr unterworfen ist, so muſs diese Unbestimmtheit sich aus dem Wege räumen lassen. Dieses Geschäft übernimmt der erste Fundamentalsatz in folgender Art. Da nämlich nur der von der Zeit unabhängige Zustand des Ringes berücksichtiget wird, so muſs, wie schon erwähnt worden ist, jeder Querschnitt in jedem Augenblicke von der einen Seite her dieselbe Elektrizitätsmenge empfangen, welche er nach der andern Seite hin abgibt. Diese Bedingung zieht auf Strecken des Ringes, die an ihren verschiedenen Stellen völlig einerlei Beschaffenheit haben, die stetig und gleichförmig sich

ändernde Vertheilung nach sich, welche in der ersten Figur durch die gerade Linie FG und in der zweiten Figur durch die geraden Linien FG und HI vorgestellt worden ist; wenn aber die räumliche oder die physische Natur des Ringes von einem Theile zum andern, aus denen er bestehet, sich ändert, so fällt der Grund dieser Stetigkeit und Gleichförmigkeit weg, daher muſs die Art der Verbindung der einzelnen geraden Linien unter sich zur vollständigen Figur aus andern Betrachtungen erst abgeleitet werden. Um die Sache zu erleichtern, will ich die räumliche und physische Verschiedenheit der einzelnen Theile, jede für sich, einer besondern Betrachtung unterwerfen.

Nimmt man zuvörderst an, daſs jeder Querschnitt des Theiles BC m mal kleiner, als in dem Theile AB sei, während beide Theile aus einerlei Stoff gebildet sind, so kann der von der Zeit unabhängige elektrische Zustand des Ringes, welcher fordert, daſs überall im ganzen Ringe von der einen Seite her eben so viel Elektrizität zuflieſse, als nach der andern Seite hin abflieſst, offenbar nur unter der Bedingung Statt finden,

daſs in derselben Zeit von einem Elemente zum andern innerhalb des Theiles BC der elektrische Uebergang m mal gröſser sei, als in dem Theile AB, weil nur auf solche Weise die Wirkung in beiden Theilen sich das Gleichgewicht halten kann. Um aber diesen m mal gröſsern Uebergang der Elektrizität von Element zu Element hervorzurufen, muſs in Folge des ersten Fundamentalsatzes innerhalb des Theiles BC die elektrische Differenz von Element zu Element m mal gröſser sein, als in dem Theile AB, oder, wenn diese Bestimmung in die Figur übergetragen wird, es muſs die Linie HI auf gleiche Strecken sich m mal mehr senken, oder ein m mal gröſseres Gefälle haben, als die Linie FG, wo man unter dem Ausdrucke »Gefälle« die Differenz solcher Ordinaten zu verstehen hat, die zu zwei um die Längeneinheit von einander entfernten Stellen gehören. Es ergiebt sich aus dieser Betrachtung folgende Regel: *Die Gefälle der Linien FG und HI müssen sich in den aus einerlei Stoff gebildeten Theilen AB und BC zu einander verhalten, wie die Querschnitte dieser Theile*

in umgekehrter Ordnung. Dadurch nun wird die Figur FGHI völlig bestimmt.

Wenn die Theile AB und BC des Ringes zwar einerlei Querschnitt besitzen, aber aus verschiedenem Stoffe bestehen, so wird der Elektrizitätsübergang jetzt nicht mehr blos von der in jedem Theile von Element zu Element fortrückenden Elektrizitätsänderung, sondern zugleich auch von der besondern Natur eines jeden Stoffes abhängig sein. Diese lediglich durch die materielle Besonderheit der Körper bedingte Verschiedenheit in der Elektrizitätsverbreitung, sie mag in dem besonderen Gefüge eines jeden Körpers, oder in irgend einem andern eigenthümlichen Verhalten der Körper zur Elektrizität ihren Grund haben, begründet eine Unterscheidung in dem elektrischen Leitungsvermögen der verschiedenen Körper, und vorliegender Fall selbst kann über die wirkliche Existenz eines solchen Unterschiedes Auskunft und zu seiner näheren Bestimmung Anlaſs geben. In der That da der aus den beiden Theilen AB und BC zusammengesetzte Ring von dem homogenen sich nur dadurch unterscheidet, daſs beide Theile aus zweierlei Stoff gebildet sind,

so wird eine Verschiedenheit in dem Gefälle der beiden Linien FG und HI eine Verschiedenheit in dem Leitungsvermögen der beiden Stoffe zu erkennen geben, und die eine zur Bestimmung der andern dienen können. Auf solche Weise gelangt man zu folgendem die Stelle einer Definition vertretenden Satze: *In einem aus 2 Theilen AB und BC von gleichem Querschnitte und verschiedenem Stoffe gebildeten Ringe verhalten sich die Gefälle der Linien FG und HI wie die zu beiden Theilen gehörigen Leitungsvermögen in umgekehrter Ordnung.* Hat man die Leitungsfähigkeiten der verschiedenen Stoffe einmal aufgefunden, so können diese in jedem vorkommenden Falle zur Bestimmung der Gefälle der Linien FG und HI gebraucht werden. Dadurch aber wird die Figur FGHI gänzlich bestimmt. Die Bestimmung des Leitungsvermögens aus der Elektrizitätsvertheilung wird durch die geringe Intensität der galvanischen Elektrizität und die Unvollkommenheit der dazu erforderlichen Werkzeuge sehr erschwert; später wird sich hierzu ein bequemeres Mittel darbieten.

Von diesen beiden besondern Fällen kann man sich nun auf die gewohnte Weise zu dem allgemeinen erheben, wo die beiden prismatischen Theile des Ringes weder einerlei Querschnitt besitzen, noch aus demselben Stoffe gebildet sind. *In diesem Falle müssen sich die in beiden Theilen herrschenden Gefälle umgekehrt wie die Produkte aus den entsprechenden Querschnitten und Leitungsvermögen verhalten.* Dadurch wird man in den Stand gesetzt, in jedem Falle die Figur FGHI gänzlich zu bestimmen, sonach die Art der Elektrizitätsvertheilung in dem Ringe vollständig zu erkennen. Man kann alle bisher einzeln aufgefaſsten Eigenthümlichkeiten des aus zwei heterogenen Theilen zusammengesetzten Ringes in folgender Art zusammenfassen: *In einer aus zwei heterogenen, prismatischen Theilen zusammengesetzten galvanischen Kette findet in Ansehung ihrer elektrischen Beschaffenheit an jeder Erregungsstelle von dem einen Theile zum andern ein plötzlicher, die daselbst befindliche Spannung bildender Sprung, und von dem einen Ende eines jeden Theils zum andern ein*

allmähliger und gleichförmiger Uebergang Statt, und die Gefälle dieser beiden Uebergänge sind den Produkten aus dem Leitungsvermögen und dem Querschnitte eines jeden Theils umgekehrt proportional.

Auf dieſem Wege fortſchreitend wird man ohne groſse Mühe die elektriſche Beſchaffenheit eines aus drei oder mehr heterogenen Theilen zuſammengeſetzten Ringes zu erforſchen im Stande sein, und so zu nachſtehendem allgemeinen Geſetze gelangen: *In einer aus beliebig vielen prismatischen Theilen zusammengesetzten galvanischen Kette findet in Ansehung ihrer elektrischen Beschaffenheit an jeder Erregungsstelle von dem einen Theile zum andern ein plötzlicher, die daselbst herrschende Spannung bildender Sprung und innerhalb eines jeden Theils von dem einen Ende zum andern ein allmähliger und gleichförmiger Uebergang Statt, und die Gefälle der verschiedenen Uebergänge sind den Produkten aus dem Leitungsvermögen und dem Querschnitte eines jeden Theils umgekehrt proportional.* Aus dieſem Geſetze läſst ſich in jedem beſondern

Falle die ganze Vertheilungsſigur leicht herleiten, wie ich nun an einem Beispiele zeigen werde.

Es sei ABCD (Fig. 3.) ein aus 3 heterogenen Theilen AB, BC, CD zusammengesetzter, an einer seiner Erregungsstellen geöffneter und in eine gerade Linie ausgestreckter Ring. Die geraden Linien FG, HI, KL sollen durch ihre Lage die Art der Elektrizitätsvertheilung in jedem einzelnen Theile des Ringes und die durch A, B, C und D auf AD senkrecht gezogenen Linien AF, BG, BH, CI, CK und DE solche Gröſsen vorstellen daſs GH, KI und LM oder DL—AF durch ihre Länge die Gröſse der an den einzelnen Erregungsstellen befindlichen Spannungen zu erkennen geben. Man soll aus der bekannten Gröſse dieser Spannungen und aus der gegebenen Natur der einzelnen Theile AB, BC und CD die Figur der elektrischen Vertheilung FGHIKL gänzlich bestimmen.

Zieht man durch die Punkte F, H und K mit AD parallel gerade Linien, welche die durch B, C und D senkrecht auf AD gezogenen in den Punkten F′ H′ und K′ schneiden, so sind nach dem, was bisher gezeigt worden ist, die Linien GF′, IH′ und LK′ den Längen der Theile AB,

BC und CD direkt und den Produkten aus dem Leitungsvermögen und dem Querschnitte derselben Theile umgekehrt proportional, mithin ist das Verhältniſs der Linien GF', IH' und LK' zu einander gegeben. Ferner ist GF'+IH'+LK'= GH—KI+ (DL—AF=LM) also bekannt, weil die durch GH, KI und DL—AF vorgestellten Spannungen gegeben sind. Aus dem gegebenen Verhältnisse der Linien GF', IH', LK' und ihrer bekannten *Summe* lassen sich nun diese Linien einzeln finden, dann ist aber offenbar die Figur FGHIKL gänzlich bestimmt. Die Stellung dieser Figur zu der Linie AD bleibt der Natur der Sache nach noch unentschieden.

Wenn man erwägt, daſs bei einem Fortschreiten in derselben Richtung AD die Spannungen GH und DL—AF oder LM ein plötzliches Sinken der elektrischen Kraft an den betreffenden Erregungsstellen, die IK dagegen ein plötzliches Steigen der Kraft zu erkennen gibt und in Folge dieser Erwägung Spannungen der erstern Art als positive Gröſsen, Spannungen der letztern Art dagegen als negative Gröſsen ansieht und behandelt, so führt das eben behandelte Beispiel zu

folgender allgemein gültigen Regel: *Theilt man die Summe aller Spannungen des aus mehrern Theilen zusammengesetzten Ringes in eben so viele Stücke, welche den Längen der Theile direkt und den Produkten aus ihrem Leitungsvermögen und ihrem Querschnitte umgekehrt proportional sind, so geben diese Stücke der Reihe nach die Gröſse der Abdachung zu erkennen, welche den zu den einzelnen Theilen gehörigen, die Elektrizitätsvertheilung darstellenden, geraden Linien gegeben werden muſs, und dabei zeigt die positive Summe aller Spannungen eine allgemeine Hebung, dagegen die negative Summe aller Spannungen eine allgemeine Senkung jener Linien an.*

Ich gehe nun zur Bestimmung der elektrischen Kraft einer beliebigen Stelle in jeder galvanischen Kette über, wobei ich wieder die dritte Figur zum Grunde legen werde. Zu dem Ende sollen a, a′, a″ die bei B, C und zwischen A und D befindlichen Spannungen bezeichnen, so daſs also in diesem Falle a und a″ additive, a′ dagegen eine subtraktive Linie vorstellt und λ, λ′, λ″

sollen irgend Linien andeuten, die sich direkt wie die Längen der Theile AB, BC, CD und umgekehrt wie die Produkte aus dem Leitungsvermögen und dem Querschnitte derselben Theile verhalten, ferner soll

$$a + a' + a'' = A.$$

und

$$\lambda + \lambda' + \lambda'' = L$$

gesetzt werden, so ist nach dem eben gefundenen Gesetze

GF′ die vierte Proportionallinie zu L, A und λ

IH′ die vierte Proportionallinie zu L, A und λ′

LK′ die vierte Proportionallinie zu L, A und λ″.

Zieht man nun durch F parallel mit AD die Linie FM, betrachtet diese Linie als Achse der Abscissen und errichtet an beliebigen Punkten X, X′, X″ die Ordinaten XY, X′Y′, X″Y″, so erhält man diese einzeln so:

Erstlich hat man, weil AB=FF′ ist,

$$AB : GF' = FX : XY,$$

woraus folgt:

$$XY = \frac{FX.\ GF'}{AB},$$

oder wenn man für GF′ seinen Werth $\frac{A.\ \lambda}{L}$ setzt

$$XY = \frac{A}{L} \cdot \frac{FX.\ \lambda}{AB}\ .$$

bezeichnet nun x eine Linie von der Beſchaffenheit, daſs

$$AB : FX = \lambda : x,$$

so wird

$$XY = \frac{A}{L} \cdot x.$$

Zweitens hat man, weil BC und F′X′ gleich den durch I und Y′ mit AD parallel bis an GH gezogenen Linien sind,

$$BC : IH' = F'X' : F'H - X'Y',$$

woraus folgt:

$$- X'Y' = \frac{IH' \cdot F'X'}{BC} - F'H$$

oder, weil $F'H = GH - GF'$ ist,

$$- X'Y' = \frac{IH' \cdot F'X'}{BC} + GF' - a.$$

Setzt man nun statt IH′ und GF′ ihre Werthe $\frac{A \cdot \lambda'}{L}$ und $\frac{A \cdot \lambda}{L}$, so erhält man

$$- X'Y' = \frac{A}{L} \left(\lambda + \frac{F'X'.\ \lambda'}{BC}\right) - a;$$

und wenn man durch x′ eine Linie von der Beſchaffenheit bezeichnet, daſs

$$BC : F'X' = \lambda' : x'$$

so wird

$$-X'Y' = \frac{A}{L}(\lambda + x') - a.$$

Drittens hat man, weil CD=KK' und F''X'' gleich dem Theile von KK' ist, der von K bis an die Linie X''Y'' geht,

$$CD : LK' = F''X'' : X''Y'' - KF'',$$

woraus folgt

$$X''Y'' = \frac{LK'.F''X''}{CD} + KF'',$$

oder, weil KF'' = KI + IH' − F' H und wieder F'H = GH − GF' ist,

$$X''Y'' = \frac{LK'.F''X''}{CD} + IH' + GF' - (a + a').$$

Setzt man nun statt LK', IH', GF' ihre Werthe $\frac{A.\lambda''}{L}$, $\frac{A.\lambda'}{L}$, $\frac{A.\lambda}{L}$, so erhält man

$$X''Y'' = \frac{A}{L}(\lambda + \lambda' + \frac{F''X''.\lambda''}{CD}) - (a + a');$$

und wenn man durch x'' eine Linie von der Beschaffenheit bezeichnet, daſs

$$CD : F''X'' = \lambda'' : x'' \text{ ist,}$$

so wird

$$X''Y'' = \frac{A}{L}(\lambda + \lambda' + x'') - (a + a').$$

Diese zu den dreierlei Theilen der Kette gehörigen der Form nach von einander verschiedenen Werthe der Ordinaten lassen sich, wie folgt, auf einen allgemeinen Ausdruck bringen. Es ist nämlich, wenn F als Anfangspunkt der Abscissen angenommen wird, FX die der Ordinate XY entsprechende Abscisse, welche zu dem homogenen Stücke AB des Ringes gehört und x stellt die dieser Abscisse entsprechende, in dem Verhältnisse von AB : λ reduzirte, Länge vor. Eben so ist FX′ die der Ordinate X′Y′ entsprechende Abscisse, welche aus den zu homogenen Stücken des Ringes gehörigen Theilen FF′ und F′X′ zusammengesetzt ist und λ, x′ sind die diesen Theilen entsprechenden, in den Verhältnissen von AB: λ und BC: λ′ reduzirten Längen. Endlich ist FX″ die der Ordinate X″Y″ entsprechende Abscisse, welche aus den zu homogenen Stücken des Ringes gehörigen Theilen FF′, F′F″, F″X″ zusammengesetzt ist und λ, λ′ x″ sind die diesen Theilen entsprechenden, in den Verhältnissen von AB: λ, BC: λ′, CD: λ″ reduzirten Längen. Nennt man in Folge dieser Betrachtung die Werthe x,

$\lambda + x'$, $\lambda + \lambda' + x''$ *reduzirte Abscissen* und bezeichnet sie allgemein durch y, so wird

$$XY = \frac{A}{L} \cdot y$$

$$-X'Y' = \frac{A}{L} \cdot y - a$$

$$X''Y'' = \frac{A}{L} \cdot y - (a + a'),$$

und es fällt in die Augen, daſs L in Bezug auf die ganze Länge AD oder FM dasselbe ist, was y in Bezug auf die Längen FX, FX′, FX″, weſs-halb auch L die reduzirte ganze Länge der Kette genannt wird. Betrachtet man nun noch, daſs von der zur Ordinate XY gehörigen Abscisse keine Spannung, die Spannung a aber von der zur Ordinate X′Y′ gehörigen Abscisse, und die Spannungen a und a′ von der zur Ordinate X″ Y″ gehörigen Abscisse übersprungen werden, und bezeichnet allgemein durch O die Summe aller von der zu y gehörigen Abscisse übersprungenen Spannungen, so sind alle für die verschiedenen Ordinaten gefundenen Werthe in folgendem Ausdrucke:

$$\frac{A}{L} \cdot y - O$$

enthalten. Es drücken aber diese Ordinaten, wenn man sie um eine konstante, übrigens unbestimmte Gröſse, die der Länge AF entspricht, abändert, die an den verschiedenen Stellen des Ringes befindlichen elektrischen Kräfte aus. Bezeichnet man daher die elektrische Kraft an irgend einer Stelle allgemein durch u, so erhält man zu deren Bestimmung nachstehende Gleichung:

$$u = \frac{A}{L} y - O + c,$$

in welcher c eine willkührliche Konstante vorstellt. Diese Gleichung ist allgemein gültig und lautet in Worten so: *Die Stärke der Elektrizität an irgend einer Stelle der aus mehreren Theilen zusammengesetzten galvanischen Kette wird gefunden, wenn man zur reduzirten Länge der ganzen Kette, zur reduzirten Länge des zur Abscisse gehörigen Theils derselben und zur Summe aller Spannungen die vierte Proportionallinie sucht und die Differenz aus ihr und der Summe aller von der Abscisse übersprungenen Spannungen um eine*

noch unbestimmte, für alle Stellen der Kette gleiche Gröſse vermehrt oder vermindert.

Nachdem so die Bestimmung der elektrischen Kraft an jeder Stelle der Kette geschehen ist, bleibt nur noch die Gröſse der elektrischen Strömung zu bestimmen übrig. Nun ist zwar in einer galvanischen Kette von der bisher abgehandelten Art die durch einen Schnitt derselben in einer bestimmten Zeit strömende Elektrizitätsmenge überall *dieselbe*, weil an allen Orten und in jedem Augenblicke von der einen Seite her dieselbe Menge in den Schnitt eingeht, welche ihn nach der andern Seite hin verläſst, aber in verschiedenen Ketten kann diese Elektrizitätsmenge sehr verschieden ausfallen; daher wird zur Vergleichung der Wirkungen mehrerer galvanischer Ketten unter einander eine genaue Bestimmung dieser Menge, durch welche die Gröſse des Stromes in der Kette gemessen wird, erfordert. Die gedachte Bestimmung läſst sich aus der dritten Figur in folgender Art entnehmen. Es ist nämlich schon vorhin gezeigt worden, daſs in jedem Augenblicke die Stärke des Elektrizitätsüberganges von einem Körperelemente zum nächsten durch

die zu derselben Zeit vorhandene elektrische Verschiedenheit beider und durch eine von der Art und dem Gefüge der Körpertheilchen abhängige Gröſse, das Leitungsvermögen des Körpers, gegeben werde. Nun wird aber die auf eine unveränderliche Einheit der Entfernung zurückgeführte elektrische Verschiedenheit der Körperelemente, z. B. in dem Theile BC, durch das Gefälle der Linie HI, oder durch den Quotienten $\frac{IH'}{BC}$ ausgedrückt; versteht man daher unter $\varkappa$ die Gröſse des zu dem Theile BC gehörigen Leitungsvermögens, so giebt

$$\frac{\varkappa \cdot IH'}{BC}$$

die Stärke des Ueberganges von Element zu Element oder die *Intensität* des Stromes in dem Theile BC zu erkennen, mithin wird, wenn ω die Gröſse des Querschnittes im Theile BC bezeichnet, die Menge der in jedem Augenblicke von einem Durchschnitte zum nächsten übergehenden Elektrizität, oder die *Gröſse* des Stromes ausgedrückt durch

$$\frac{\varkappa \cdot \omega \cdot IH'}{BC};$$

stellt also S diese Gröſse des Stromes vor, so hat man

$$S = \frac{\varkappa \cdot \omega \cdot IH'}{BC},$$

oder wenn man für IH' seinen Werth $\frac{A \cdot \lambda'}{L}$ setzt

$$S = \frac{A}{L} \cdot \frac{\varkappa \cdot \omega \cdot \lambda'}{BC}.$$

Bisher sind durch die Buchstaben λ, λ', λ'' Linien bezeichnet worden, welche den Quotienten, gebildet aus den Längen der Theile AB, BC, CD und den Produkten der zugehörigen Leitungsvermögen und Querschnitte, proportional sind. Schränkt man diese die absolute Gröſse der Linie λ, λ', λ'' noch unbestimmt lassende Feststellung jetzt dahin ein, daſs die Gröſsen λ, λ', λ'' den genannten Quotienten nicht blos proportional, sondern auch gleich sein sollen, und ändert dieser Beschränkung gemäſs den Sinn des Ausdruckes »reduzirte Länge« von hier an ab, so verwandelt sich die erste der beiden vorstehenden Gleichungen in diese

$$S = \frac{IH'}{\lambda'},$$

durch welche folgende allgemein gültige Regel ausgesprochen wird: *Die Gröſse des Stromes in irgend einem homogenen Theile der Kette wird durch den Quotienten bestimmt, den man aus dem Unterschiede der an den Enden dieses Theils vorhandenen elektrischen Kräfte und aus seiner reduzirten Länge bildet.* Dieser Ausdruck für die Gröſse des Stromes wird später noch benutzt werden. Die zweite der vorigen Gleichungen geht durch die getroffene Abänderung über in

$$S = \frac{A}{L},$$

welche allgemein gültig ist und die Gleichheit der Gröſse des Stromes an allen Stellen der Kette schon durch ihre Form zu erkennen gibt; sie lautet in Worten so: *Die Gröſse des Stromes in einer galvanischen Kette ist der Summe aller Spannungen direkt, und der ganzen reduzirten Länge der Kette umgekehrt proportional,* wobei man sich erinnern muſs, daſs jetzt unter reduzirter Länge die Summe aller Quotienten verstanden wird, die aus den zu homogenen Theilen gehörigen wirklichen Längen

und dem Produkte der entsprechenden Leitungs vermögen und Querschnitte gebildet werden.

Aus der die Gröſse des Stromes in einer galvanischen Kette bestimmenden Gleichung im Vereine mit der vorhin gefundenen, wodurch die elektrische Kraft an jeder Stelle der Kette angegeben wird, lassen sich alle dahin gehörigen Erscheinungen der galvanischen Kette einfach und sicher ableiten. Jene hatte ich schon vordem aus *vielfach abgeänderten* Versuchen entnommen *), an einem Apparate, der eine in diesem Felde nicht geahnete Genauigkeit und Bestimmtheit der Messungen gestattet; diese drückt alle ihr angehörigen, in groſser Menge schon vorhandenen, Beobachtungen mit einer Treue aus, die auch da sich bewährt, wo die Gleichung zu Resultaten führt, die nicht mehr in dem Kreise der früher schon gemachten Versuche liegen. Beide gehen ununterbrochen Hand in Hand mit der Natur, wie ich nun durch eine kurze Darlegung ihres Inhaltes zu beweisen hoffe, wobei ich anzumerken für nöthig halte, daſs beide Gleichungen auf alle

*) Schweiggers Jahrbuch 1826. H. 2.

möglichen galvanischen Ketten, deren Zustand bleibend ist, sich beziehen, folglich auch die voltaische Zusammensetzung als einen besondern Fall umfassen, so daſs die Theorie der Säule nicht noch besonders hervorgehoben zu werden braucht. Um der Anschaulichkeit nicht zu schaden, werde ich dabei stets statt der Gleichung

$$u = \frac{A}{L} y - O + c$$ nur die dritte Figur

zur Hülfe nehmen, und deſshalb hier nur noch ein für allemal bemerken, daſs alle aus ihr gezogenen Folgerungen allgemeine Gültigkeit haben.

Zunächst verdient der Umstand eine nähere Berücksichtigung, daſs die über die galvanische Kette sich ergieſsende Elektrizitätsvertheilung an den verschiedenen Stellen eine bleibende und unveränderliche Abstufung behauptet, obgleich die Stärke der Elektrizität an einer und derselben Stelle veränderlich ist. Es liegt darin der Grund jener magischen Wandelbarkeit der Erscheinungen, die es gestattet, die Einwirkung einer bestimmten Stelle der galvanischen Kette auf das Elektrometer, auf eine zauberische Weise nach Gefallen voraus zu bestimmen und auf den Wink

hervorzubringen. Um diese Eigenheit zu erläutern, gehe ich zu Fig. 3 zurück. Da nämlich durch die Natur einer jeden Kette die Vertheilungsfigur FGHIKL jedesmal gänzlich bestimmt wird, ihre Stellung aber zu der Kette AD, wie es sich gezeigt hat, durch keine innere Veranlassung festgesetzt wird, sondern jede Veränderung annehmen kann, die durch eine allen ihren Punkten gemeinsame in der Richtung der Ordinaten erfolgende Bewegung hervorgebracht wird, so läſst sich die elektrische Beschaffenheit einer jeden Stelle der Kette, welche gerade durch diese gegenseitige Stellung beider Linien ausgesprochen wird, fortwährend und nach Belieben durch äuſsere Einflüsse abändern. Wenn z. B. AD zu irgend einer Zeit die den wirklichen Zustand der Kette bezeichnende Stellung ist, so daſs also die Ordinate SY″ durch ihre Länge die Stärke der Elektrizität an der Stelle S der Kette zu welcher jene Ordinate gehört, ausspricht, so wird zu derselben Zeit die dem Punkte A entsprechende elektrische Kraft durch die Linie AF vorgestellt. Wird nun der Punkt A ableitend berührt und dadurch die in ihm befindliche Kraft vernichtet, so wird da-

durch die Linie AD in die Stellung FM gewiesen, und so die dem vorigen Punkte S inwohnende Kraſt durch die Länge X″Y″ ausgedrückt; diese Kraſt hat also plötzlich eine der Länge SX″ entsprechende Veränderung erlitten. Dieselbe Aenderung wäre eingetreten, wenn die Kette in dem Punkte Z ableitend berührt worden wäre, weil die Ordinate ZW der AF gleich ist. Würde die Kette an der Stelle berührt, wo die beiden Theile AB und BC an einander stoſsen, jedoch so, daſs die Berührung innerhalb des Theiles BC Statt fände, so müſste man sich AD an die Stelle NO gerückt denken, die elektrische Kraſt des Punktes S wäre also in diesem Falle bis zu der durch TY″ angezeigten Stärke angewachsen. Geschähe aber die Berührung zwar noch an der Stelle, wo die Theile AB und BC an einander stoſsen, aber innerhalb des Theiles AB, so würde dadurch die Linie AD an die Stelle PQ geführt und die dem Punkte S angehörige Kraſt sänke bis auf die durch UY″ ausgedrückte negative Stärke herab. Hätte man endlich die Kette an der Stelle D ableitend berührt, so hätte man dadurch der Linie AD die Lage RL vorgeschrieben,

und die elektrische Kraſt des Punktes S hätte die durch VY'' bezeichnete negative Stärke angenommen. Das Gesetz dieser Aenderungen läſst sich leicht übersehen und allgemein so aussprechen: *Jede Stelle einer galvanischen Kette erleidet in Ansehung ihrer nach auſsen wirkenden elektrischen Kraft dieselbe Aenderung mittelbar, zu welcher irgend eine andere Stelle der Kette durch äuſsere Einflüsse unmittelbar veranlaſst wird.*

Da jede Stelle einer galvanischen Kette dieselbe Aenderung von selbst erleidet, zu welcher eine einzige Stelle gezwungen wird, so ist die auf die ganze Kette ausgedehnte Aenderung der Elektrizitätsmenge einerseits der Summe aller Stellen, das heiſst, dem Raume, über welchen die Elektrizität an der Kette vertheilt ist, und auſserdem noch der an einer dieser Stellen erfolgten Aenderung der elektrischen Kraſt proportional. Aus diesem einfachen Gesetze ergeben sich ſolgende besondere Erscheinungen. Nennt man nämlich r den Raum, über welchen die Elektrizität in einer galvanischen Kette verbreitet ist, und stellt sich diese Kette an irgend einer Stelle durch einen

nicht leitenden Körper berührt vor, und bezeichnet durch u, die elektrische Kraft dieser Stelle vor der Berührung, durch u die nach der Berührung, so ist die an dieser Stelle erfolgte Aenderung der Kraft u, — u, mithin die Aenderung der ganzen in der Kette befindlichen Elektrizitätsmenge (u, — u) r. Nimmt man nun an, daſs die Elektrizität in dem berührenden Körper auf den Raum R und an allen Orten von gleicher Stärke verbreitet werde, und zugleich, daſs an der Berührungsstelle selber die Kette und der Körper einerlei elektrische Kraft, nämlich u besitzen, so ist offenbar uR die in den Körper eingegangene Elektrizitätsmenge, und es muſs sein

$$(u, - u)\, r = uR,$$

woraus man erhält

$$u = \frac{u,\, r}{r + R}.$$

Die Intensität der von dem Körper aufgenommenen Elektrizität wird also um so mehr der gleich sein, welche die Kette an der berührten Stelle vor der Berührung besaſs, je mehr R gegen r verschwindet; sie wird die Hälfte davon betragen, wenn r = R ist, und

in dem Maaſse noch schwächer werden, als R in Vergleich zu r gröſser wird. Weil die Art dieser Aenderungen blos von der relativen Gröſse der Räume r und R und ganz und gar nicht von der qualitativen Beschaffenheit der Kette abhängig ist, so werden sie blos durch die räumlichen Dimensionen der Kette, ja sogar schon durch fremde mit der Kette in leitenden Zusammenhang gebrachte Massen bedingt. Bringt man mit dieser Erkenntniſs die Theorie des Kondensators in Verbindung, so gelangt man zu der Erklärung aller von *Jäger* *) in bewundernswürdiger Vollständigkeit wahrgenommenen Beziehungen der galvanischen Kette zu dem Kondensator. Ich begnüge mich, in Betreff dieses Punktes auf die Abhandlung selbst hinzuweisen, um für neue Eigenthümlichkeiten der galvanischen Kette hier Platz zu gewinnen.

Die Art der Elektrizitätsvertheilung innerhalb eines homogenen Theils der Kette wird durch die Stärke der Gefälle der Linien FG, HI, KL (Fig. 3.) und diese Stärke wieder durch die

---

*) Gilberts Annalen B. XIII.

Gröſse der Verhältniſse $\frac{GF'}{AB}$, $\frac{IH'}{BC}$, $\frac{LK'}{CD}$ bestimmt. Es ist aber, wie bereits dargethan worden ist,

$$GF' = \frac{A}{L} \cdot \lambda, \quad IH' = \frac{A}{L} \cdot \lambda', \; LK'' = \frac{A}{L} \cdot \lambda'',$$

hieraus läſst sich nun ohne Mühe einsehen, daſs man die Gröſse des Gefälles der zu irgend einem Theile der Kette gehörigen, die Elektrizitätsvertheilung darstellenden Linie erhalte, wenn man den Werth $\frac{A}{L}$ mit dem Verhältniſse der reduzirten zur wirklichen Länge desselben Theils multiplizirt. Stellt also (λ) die reduzirte Länge irgend eines homogenen Theiles der Kette und (l) seine wirkliche Länge vor, so ist die Gröſse des Gefälles der zu diesem Theile gehörigen, die Elektrizitätsvertheilung darstellenden geraden Linie

$$\frac{A}{L} \cdot \frac{(\lambda)}{(l)},$$

welcher Ausdruck, wenn man dureh $(\varkappa)$ das Leitungsvermögen und durch (ω) den Querschnitt desselben Theiles bezeichnet, auch so geschrieben werden kann:

$$\frac{A}{L} \cdot \frac{(\lambda)}{(\varkappa)(\omega)}.$$

Dieser Ausdruck führt zu einer mehr ins Einzelne gehenden Kenntniſs der Elektrizitätsvertheilung in einer galvanischen Kette. Da nämlich A und L Werthe bezeichnen, die für jeden Theil einer und derselben Kette unveränderlich dieselben bleiben, so fällt in die Augen, *daſs die Gefälle in den einzelnen homogenen Theilen einer Kette sich zu einander verhalten, wie die Produkte aus dem Leitungsvermögen und dem Querschnitte derselben Theile in umgekehrter Ordnung.* Wenn mithin ein Theil der Kette sich vor den übrigen dadurch auszeichnet, daſs das Produkt aus seinem Leitungsvermögen und seinem Querschnitte bei ihm weit kleiner ist als bei den andern, so wird er durch die Gröſse seines Gefälles unter allen am geeignetsten sein, an seinen verschiedenen Stellen Unterschiede der elektrischen Kraft zu erkennen zu geben. Steht dabei auch seine wirkliche Länge denen der übrigen Theile nicht nach, so wird seine reduzirte Länge die der übrigen Theile bei weitem übertreffen, und man sieht leicht ein, daſs ein solches Verhältniſs zwischen den verschiedenen Theilen getroffen werden kann, wobei seine reduzirte

Länge selbst in Vergleich zur Summe der reduzirten Länge aller übrigen Theile noch sehr groſs bleibt. In diesem Falle ist aber die reduzirte Länge dieses einen Theiles der reduzirten Länge der ganzen Kette nahe hin gleich, so daſs man ohne groſsen Fehler $\frac{(l)}{(\varkappa)\;(\omega)}$ statt L setzen kann, wenn (l) die wirkliche Länge des in Rede stehenden Theils, $(\varkappa)$ sein Leitungsvermögen und (ω) seinen Querschnitt bezeichnet; dann aber verwandelt sich das Gefälle dieses Theils nahe hin in

$$\frac{A}{(l)}$$

woraus folgt, *daſs die Differenz der an den Enden dieses Theils hervortretenden elektrischen Kräfte der Summe aller in der Kette vorhandenen Spannungen nahe hin gleich wird.* Es ziehen sich so gleichsam alle Spannungen auf diesen einen Theil hin, wodurch an ihm die Elektrizitätsvertheilung in einer sonst ungewöhnlichen Stärke hervortritt, wenn die Spannungen alle, oder doch wenigstens ein der Zahl und Gröſse nach sehr beträchtlicher Theil derselben von einerlei Art sind. Auf diese Weise läſst sich die auſser-

dem ohne Kondensator, wegen der so geringen Intensität der galvanischen Kräfte, in der geschlossenen Kette kaum merkliche Abstufung der Elektrizitätsvertheilung recht fühlbar machen. Diese merkwürdige Eigenthümlichkeit galvanischer Ketten, worin sich gleichsam ihre ganze Natur ausspricht, hatte man schon längst an einzelnen schlecht leitenden Körpern wahrgenommen und ihren Grund in der besondern Beschaffenheit dieser Körper gesucht *); in einem Schreiben an den Herausgeber der Annalen der Physik **) habe ich aber die Bedingungen angegeben, unter welchen sich diese Eigenthümlichkeit der galvanischen Kette auch an den besten Leitern, an den Metallen, wahrnehmen läſst, und die dort durch die Erfahrung angegebenen Kautelen, durch welche das Gelingen des Versuches gesichert wird, stehen mit vorliegenden Betrachtungen in vollem Einklange.

Der das Gefälle irgend eines Theils der

*) Gilberts Annalen B. VIII. Seite 205, 207 und 456. B. X. Seite 11.

**) Jahrgang 1826. St. 5. Seite 117.

Kette hergebende Ausdruck $\frac{A}{L} \cdot \frac{(\lambda)}{(l)}$ wird null, wenn L unendlich groſs ist, während A und $\frac{(\lambda)}{(l)}$ endliche Werthe behalten. Wenn mithin L einen unendlich groſsen Werth annimmt, während A endlich bleibt, so ist das Gefälle der die Elektrizitätsvertheilung darstellenden geraden Linien an allen solchen Theilen der Kette, deren reduzirte Länge zur wirklichen ein endliches Verhältniſs hat, null, oder, was dasselbe sagt, die Elektrizität ist an allen Stellen eines jeden solchen Theils von gleicher Stärke. Da nun L die Summe der reduzirten Längen aller Theile der Kette vorstellt und diese reduzirten Längen offenbar nur positive Werthe annehmen können, so wird L unendlich, sobald eine von den reduzirten Längen einen unendlichen Werth annimmt. Da ferner die reduzirte Länge irgend eines Theils den Quotienten aus der wirklichen Länge, dividirt durch das Produkt des Leitungsvermögens und des Querschnittes desselben Theils, vorstellt, so erhält sie einen unendlichen Werth, wenn das Leitungsvermögen dieses Theils null wird, d. h.

wenn dieser Theil ein Nichtleiter der Elektrizität ist. *Wenn also ein Theil der Kette ein Nichtleiter der Elektrizität ist, so verbreitet sich die Elektrizität über jeden der übrigen Theile gleichförmig und ändert sich blos von einem Theile zum andern um die ganze daselbst befindliche Spannung.* Diese auf die offene Kette sich beziehende Elektrizitätsvertheilung ist weit einfacher, als die der geschlossenen Kette, welche bisher betrachtet worden ist, und gibt sich bildlich dadurch zu erkennen, daſs die Linien FG, HI, KL (Fig. 3.) eine mit der AD parallele Lage annehmen. Sie läſst sogleich wahrnehmen, *daſs der Unterschied der zwischen zwei beliebigen Stellen der Kette herrschenden elektrischen Kräfte der Summe aller zwischen den beiden Stellen liegenden Spannungen gleich ist, und also genau in demselben Verhältnisse als diese Summe zu- oder abnimmt. Wenn also die eine dieser Stellen ableitend berührt wird, so tritt an der andern Stelle die Summe aller zwischen beiden liegenden Spannungen hervor,* wobei inzwischen der Sinn der Spannungen jedesmal durch ein Fortschreiten

von der letztern Stelle aus bestimmt werden muſs. In diesem letztern Gesetze sprechen sich die mit Hülfe des Elektroskops an der offenen Säule gemachten Erfahrungen aus, wie sie von *Ritter, Erman* und *Jäger* sehr ausführlich angestellt und in *Gilbert's* Annalen *) beschrieben sind.

In dem bisherigen sind alle elektroskopischen Wirkungen einer galvanischen Kette von der gleich Anfangs bestimmten Art rein ausgesprochen, ich gehe daher jetzt zur Betrachtung des in der Kette sich bildenden Stromes über, dessen Natur, wie oben aus einander gesetzt worden ist, an jeder Stelle der Kette durch die Gleichung

$$S = \frac{A}{L}$$

ausgesprochen wird. Die Form dieser Gleichung sowohl, als auch die Art, wie man zu ihr gelangt ist, geben sogleich zu erkennen, *daſs die Gröſse des Stromes in einer solchen galvanischen Kette an allen Stellen überall dieselbe bleibt und blos von der Art der Elektrizitätsverthei-*

---

*) Band VIII., XII. und XIII.

lung abhängig ist, so daſs sie sich nicht ändert, wenn gleich die elektrische Kraft an irgend einer Stelle der Kette durch ableitende Berührung oder sonst wie geändert wird. Diese Gleichheit des Stromes an allen Stellen der Kette ist durch die Versuche *Becquerels* *) und seine Unabhängigkeit von der elektrischen Kraft an einer bestimmten Stelle der Kette ist durch die Versuche *G. Bischofs* **) als in der Erfahrung gegründet nachgewiesen worden. Eine Ableitung oder Zuleitung ändert den Strom der galvanischen Kette nicht, so lange jene Ableitung oder Zuleitung nur auf eine einzige Stelle der Kette unmittelbar einwirkt; würden aber zwei verschiedene Stellen der Kette zu gleicher Zeit davon ergriffen, so würde dadurch ein zweiter Strom gebildet, der den ersten nothwendigerweise, nach Umständen mehr oder weniger, abändern müſste.

Die Gleichung

$$S = \frac{A}{L}$$

*) Bulletin universel. Physique. Mai 1825.

**) Kastners Archiv. Band IV. H. 1.

gibt zu erkennen, daſs der Strom einer galvani schen Kette durch jede sich bildende Verschiedenheit in der Gröſse einer Spannung oder reduzirten Länge eines Theiles, — welche letztere selbst wieder sowohl durch die wirkliche Länge des Theiles, als durch sein Leitungsvermögen und durch seinen Querschnitt bestimmt wird, — einer Aenderung unterworfen sei. Diese Mannigfaltigkeit der Umgestaltung läſst sich dadurch beschränken, daſs man nur eines der aufgezählten Elemente veränderlich, alle übrigen aber beständig annimmt. Dadurch gelangt man zu besondern, der jedesmaligen Annahme entsprechenden, Formen der allgemeinen Gleichung, die immer einer theilweisen Verfolgung der allgemeinen Aenderungsfähigkeit einer Kette angehören. Um den Sinn dieser Rede durch ein Beispiel zu veranschaulichen, will ich annehmen, daſs in der Kette nur die wirkliche Länge eines einzigen Theiles einer fortgesetzten Aenderung unterworfen werde, alle übrigen die Gröſse des Stromes bestimmenden Werthe aber in ihr und also auch in der zu ihr gehörigen Gleichung stets dieselben bleiben. Bezeichnet man diese veränderliche Länge mit x

und das demselben Theile entsprechende Leitungsvermögen mit $\varkappa$, seinen Durchschnitt mit ω, und die Summe der reduzirten Längen aller übrigen mit Λ, so daſs also $L = \Lambda + \frac{x}{\varkappa \cdot \omega}$, so verwandelt sich die den Strom ausdrückende allgemeine Gleichung in folgende

$$S = \frac{A}{\Lambda + \frac{x}{\varkappa \cdot \omega}}$$

oder wenn man Zähler und Nenner mit $\varkappa\omega$ multiplizirt und a statt $\varkappa\omega A$, so wie b statt $\varkappa\omega\Lambda$ setzt, in diese

$$S = \frac{a}{b + x},$$

wo a und b zwei konstante Gröſsen, x aber die veränderliche Länge eines in Hinsicht seines Stoffes und seines Querschnittes völlig bestimmten Theiles der Kette vorstellt. Diese Form der allgemeinen Gleichung, wobei alle unveränderlichen Elemente auf die geringste Anzahl von Konstanten zurückgeführt worden sind, ist dieselbe, welche ich aus der Erfahrung durch Versuche, denen die hier entwickelte Theorie ihre Entstehung

verdankt, hergeleitet habe *). Das Gesetz, welches sie in Bezug auf die Länge der Leiter ausspricht, ist wesentlich verschieden von dem, welches schon früher *Davy* und in neuern Zeiten *Becquerel* durch Versuche aufgefunden haben; auch weicht es von dem, welches *Barlow* aufgestellt hat, so wie von dem, welches ich vordem aus anderen Vezsuchen abgeleitet hatte, noch beträchtlich ab, obgleich die beiden letztereren dem eigentlichen Ziele schon näher rücken. Das erstere ist im Grunde nichts weiter als eine Interpolationsformel, die blos für einen relativ sehr kurzen veränderlichen Theil der ganzen Kette gültig und dann bei ganz verschiedenen möglichen Leitungsarten doch noch anwendbar ist, welches schon daraus hervorgeht, daſs es blos den veränderlichen Theil der Kette in sich aufnimmt und den ganzen übrigen Theil auſser Acht läſst; alle aber theilen mit einander den Uebelstand, daſs sie eine fremdartige, durch die chemische Veränderung des flüssigen Theils der Kette herbeigeführte Quelle der Veränderlichkeit in sich

---

*) Vergl. Schweiggers Jahrb. 1826. H. 2.

aufgenommen haben, von der weiter unten ausführlicher die Rede sein wird. Umständlicher habe ich a. a. O. über das Verhalten der verschiedenen Gesetzesformen zu einander gesprochen.

Von den vielen aus der allgemeinen Glei chung

$$S = \frac{A}{L}$$

sich ergebenden besondern Eigenthümlichkeiten der galvanischen Kette will ich hier nur einige wenige anführen. Man sieht sogleich, daſs eine Aenderung in der Anordnung der Theile keinen Einfluſs auf die Gröſse des Stromes hat, wenn dadurch die Summe der Spannungen nicht geändert wird. Eben so wenig wird die Gröſse des Stromes geändert, wenn die Summe der Spannungen und die ganze reduzirte Länge der Kette in demselben Verhältnisse sich ändern; daher kann eine Kette, deren Summe der Spannungen in Vergleich zu der einer andern Kette sehr gering ist, doch einen Strom hervor bringen, der an Stärke dem in der andern Kette das Gleichgewicht hält, wenn nur, was ihr an Stärke der Spannungen abgeht, durch eine Verkürzung ihrer

reduzirten Länge ersetzt wird. *In diesem Umstande hat die eigenthümliche Verschiedenheit der Thermo- und Hydroketten ihren Grund.* In jener kommen nur Metalle, in dieser aber auch noch auſserdem wässerige Flüssigkeiten als Theile der Kette vor, deren Leitungsvermögen in Vergleich zu dem der Metalle auſserordentlich gering ist, weshalb die reduzirten Längen der flüssigen die der metallenen Theile bei übrigens gleichen Dimensionen unverhältniſsmäſsig übersteigen, und selbst dann noch beträchtlich gröſser bleiben, wenn gleich sie dadurch verkleinert werden, daſs man ihre wirklichen Längen abkürzt und ihre Querschnitte vergröſsert, so lange wenigstens die Verkleinerung nicht in auſsergewöhnlichem Verhältnisse geschieht. Daher kommt es daſs die reduzirte Länge der Thermokette in den gewöhnlichen Fällen bei weitem geringer als die der Hydrokette ist, woraus auf eine in demselben Verhältnisse kleinere Spannung in jener sich schlieſsen läſst, wenn gleich die Gröſse des Stromes in der Thermokette der in der Hydrokette nichts nachgibt. *Der groſse Unterschied zwischen einer Thermo- und Hydrokette, die*

beide einen Strom von derselben Stärke hervorrufen, zeigt sich erst, wenn mit beiden eine und dieselbe Abänderung vorgenommen wird, wie nachstehende Betrachtung lehrt. Gesetzt nämlich die reduzirte Länge einer Thermokette ist L und die Summe ihrer Spannungen A, während die reduzirte Länge einer Hydrokette mL und die Summe ihrer Spannungen mA ist, so wird die Gröſse des Stromes in jener durch $\frac{A}{L}$, in dieser durch $\frac{mA}{mL}$ ausgedrückt und ist also in beiden Ketten dieselbe. Diese Gleichheit des Stromes wird aber aufgehoben, wenn in beide ein und derselbe neue Theil von der reduzirten Länge λ eingeführt wird, denn dann ist die Gröſse des Stromes in jener

$$\frac{A}{L+\lambda},$$

in dieser

$$\frac{mA}{mL+\lambda}.$$

Bringt man mit dieser Bestimmung eine, wenn auch nur oberflächliche Schätzung der Werthe m, L und λ in Verbindung, so wird man sich

leicht überzeugen, daſs in Fällen, wo die einfache Hydrokette in dem Theile λ noch Glühwirkungen oder chemische Zerlegungen hervorbringen kann, die einfache Thermokette nicht den hundertsten, ja kaum den tausendsten Theil der dazu erforderlichen Kraft in sich trägt, woraus das Unterbleiben solcher Wirkungen bei ihr sehr begreiflich wird. Auch wird man so gewahr, daſs eine Verkürzung der reduzirten Länge der Thermokette (indem man etwa den Querschnitt der sie bildenden Metalle vergröſsert) die Hervorrufung jener Wirkungen nicht erzielen kann, obgleich dadurch die Gröſse des Stromes in ihr weit beträchtlicher werden kann, als in der solche Wirkungen hervorbringenden Hydrokette. — Der eben erwähnte Unterschied in dem Leitungsvermögen metallener Körper und wässeriger Flüssigkeiten ist Ursache einer an den Hydroketten bemerkten Eigenthümlichkeit, zu deren Erwähnung hier der schickliche Ort ist. Unter den gewöhnlichen Umständen ist nämlich die reduzirte Länge des flüssigen Theils so groſs in Vergleich zu der des metallenen Theils, daſs letztere vernachläſsigt und erstere allein statt der reduzirten Länge der

ganzen Kette genommen werden kann; dann aber steht die Gröſse des Stromes in Ketten, die einerlei Spannung besitzen im umgekehrten Verhältniſs zur reduzirten Länge der flüssigen Theile. Werden mithin blos solche Ketten mit einander verglichen, in welchen die flüssigen Theile einerlei wirkliche Längen und dasselbe Leitungsvermögen haben, *so ist in diesen Ketten die Gröſse des Stromes dem Querschnitte des flüssigen Theils direkt proportional.* Indessen ist nicht zu übersehen, daſs an die Stelle dieser einfachen Bestimmung eine mehr zusammengesetzte treten muſs, sobald die reduzirte Länge des metallenen Theils nicht mehr als verschwindend gegen die des flüssigen angenommen werden darf, welcher Fall eintritt, so oft der metallene Theil sehr lang und dünn, oder der flüssige Theil gutleitend und mit ungewöhnlich groſsen Grundflächen genommen wird.

Aus der Gleichung

$$S = \frac{A}{L}$$

läſst sich leicht entnehmen, daſs wenn ein Theil aus der galvanischen Kette weggenommen und

durch einen andern, von auſsen kommenden, ersetzt wird, und es bleibt nach dieser Verwechselung sowohl die Summe der Spannungen als auch die Stärke des Stromes noch völlig dieselbe, so haben diese beiden Theile einerlei reduzirte Länge *es verhalten sich also ihre wirklichen Längen wie ihre Produkte aus dem Leitungsvermögen und Querschnitte. Es verhalten sich mithin die wirklichen Längen solcher Theile bei gleichen Querschnitten wie ihre Leitungsvermögen und bei gleichem Leitungsvermögen wie ihre Querschnitte.* Durch die erste dieser beiden Relationen wird man in den Stand gesetzt, das Leitungsvermögen der verschiedenen Körper auf eine weit vortheilhaftere Weise als durch das oben angegebene Verfahren zu bestimmen, wie bereits von *Becquerel* und mir mit vielen Metallen geschehen ist *). Die zweite Relation kann dazu dienen, die Unabhängigkeit der Wirkung von der Gestalt des Querschnittes in der Erfah-

*) Bulletin universel. Physique. Mai 1825. und Schweigger's Jahrb. 1826. H. 2.

rung nachzuweisen, wie schon früher von *Davy* und noch vor Kurzem von mir geschehen ist *).

An der voltaischen Säule wiederholt sich die Summe der Spannungen und die reduzirte Länge der einfachen Kette so oft, als die Anzahl der Elemente, woraus sie besteht, ausspricht. Bezeichnet man daher durch A die Summe aller Spannungen in der einfachen Kette, durch L ihre reduzirte Länge und durch n die Anzahl der in der *Säule befindlichen* Elemente, so ist die Gröſse des Stromes in der geschlossenen Säule offenbar

$$\frac{nA}{nL},$$

während sie in der einfachen geschlossenen Kette

$$\frac{A}{L}$$

ist. Führt man in die einfache Kette sowohl als in die Säule einen und denselben neuen Theil von der reduzirten Länge Λ ein, auf welchen man den Strom wirken lassen will, so wird die Gröſse des dadurch abgeänderten Stromes in der einfachen Kette

*) Gilbert's Annalen nn. Folge. B. XI. Seite 253, und Schweigger's Jahrb. 1827.

$$\frac{A}{L+\Lambda}$$

und in der voltaischen Säule

$$\frac{nA}{nL+\Lambda} \quad \text{oder} \quad \frac{A}{L+\frac{\Lambda}{n}}\,.$$

Man sieht hieraus, *daſs der Strom in der voltaischen Säule stets gröſser ausfällt, als in der einfachen Kette, aber er ist nur unmerklich gröſser, so lange* Λ *in Vergleich zu L sehr klein ist, dagegen nähert sich diese Vergröſserung der nfachen desto mehr, je gröſser* Λ *in Vergleich zu nL und um so mehr im Vergleich zu L wird.* Auſser dieser Art, die Gröſse des galvanischen Stromes zu vermehren, gibt es aber noch eine zweite, die darin besteht, daſs man die reduzirte Länge der einfachen Kette verkürzt, welches dadurch geschehen kann, daſs man den Querschnitt derselben vergröſsert, indem man mehrere einfache Ketten neben einander legt und dergestalt mit einander verbindet, daſs sie wieder nur eine einzige einfache Kette ausmachen. Läſst man die vorigen Bezeichnungen auch hier wieder gelten, so daſs also wieder

$$\frac{A}{L + \Lambda}$$

die Gröſse des Stromes in dem einen Elemente ausdrückt, so wird in der eben beschriebenen Zusammensetzung von n Elementen zu einer einfachen Kette die Gröſse des Stromes offenbar

$$\frac{A}{\frac{L}{n} + \Lambda} \text{ oder } \frac{nA}{L + n\Lambda},$$

wodurch eine schwache Verstärkung der Wirkung in der neuen Zusammensetzung angezeigt wird, wenn Λ *sehr groſs ist in Vergleich zu L, dagegen eine starke, wenn* Λ *in Vergleich zu* $\frac{L}{n}$ *und also um so mehr in Vergleich zu L sehr klein ist.* Es folgt hieraus, daſs die eine Zusammensetzung gerade in den Fällen am wirksamsten ist, in welchen die andere aufhört es zu sein, und umgekehrt. Ist man daher im Besitze einer gewissen Anzahl von einfachen Ketten, die man insgesammt auf den Theil, dessen reduzirte Länge Λ ist, einwirken lassen will; so ist es zur Hervorbringung des gröſsten Stromeffektes nicht gleichgültig in welcher Art man sie zusammen setze, ob alle neben

einander, ob alle hinter einander, oder ob zum Theile neben einander und zum Theile hinter einander. Die Rechnung lehrt, daſs es am vortheilhafteſten iſt, aus ihnen eine voltaiſche Zuſammenſetzung aus ſo viel gleichen Theilen zu bilden, daſs das Quadrat dieſer Zahl dem Quotienten $\frac{\Lambda}{L}$ gleich wird. Wenn $\frac{\Lambda}{L}$ gleich oder kleiner als Λ iſt, ſo werden ſie am beſten alle neben einander geſtellt, und am beſten alle hinter einander, wenn $\frac{\Lambda}{L}$ gleich oder gröſser als das Quadrat der Anzahl aller Elemente iſt. *Man gewahrt in dieſer Beſtimmung den Grund, warum in den meiſten Fällen zur Hervorbringung des gröſsten Effektes eine einfache Kette oder wenigſtens eine voltaiſche Zuſammenſetzung von nur wenigen einfachen Ketten erfordert wird.* — Erwägt man, daſs, da die Quantität des Stromes an allen Stellen der Kette dieſelbe iſt, ſeine Intenſität ſich an den verſchiedenen Orten nach der Gröſse der daſelbſt befindlichen Querſchnitte im umgekehrten Verhältniſſe richten müſſe, und nimmt man an,

daſs die magnetischen und chemischen Wirkungen sowohl, als die Wärme- und Lichterscheinungen an der Kette unmittelbare Aeuſserungen des elektrischen Stromes sind, deren Stärke durch die des Stromes selbst gegeben ist, so wird eine umständliche Zergliederung der hier nur in Umrissen angedeuteten Natur des Stromes zur vollkommenen Erklärung der vielen an der galvanischen Kette beobachteten, zum Theile sehr räthselhaften *Anomalien* führen, insofern man dabei die physische Beschaffenheit der Kette als unveränderlich anzusehen berechtigt ist *). Die groſsen Abweichungen, welche oft in den Angaben verschiedener Beobachter liegen, und nicht Folgen der Dimensionen ihres dabei gebrauchten, besondern Apparates sind, haben ohne Zweifel ihren *Grund in* der doppelten Aenderungsfähigkeit der Hydroketten, und werden daher aufhören, wenn man bei einer Wiederholung der Versuche auf diesen Umstand Rücksicht nimmt.

*) Vergl. Schweigger's Jahrb. 1826. H. 2., wo ich eine etwas ausführlichere Beleuchtung der einzelnen Punkte gegeben habe.

Die merkwürdige Veränderlichkeit in der Wirkungsweise eines und desselben Multiplikators an verschiedenen Ketten und verschiedener Multiplikatoren an einer und derselben Kette erhält aus den vorangegangenen Betrachtungen eine vollständige Erklärung. Bezeichnet nämlich A die Summe der Spannungen und L die reduzirte Länge irgend einer galvanischen Kette, so drückt

$$\frac{A}{L}$$

die Gröſse ihres Stromes aus. Denkt man sich nun einen Multiplikator aus n gleichen Windungen, jede von der reduzirten Länge λ, so gibt

$$\frac{A}{L + n\lambda}$$

die Gröſse des Stromes zu erkennen, wenn der Multiplikator als integrirender Bestandtheil in die Kette gebracht wird. Setzt man überdieſs der Einfachheit halber voraus, daſs jede von den n Windungen des Multiplikators auf die Magnetnadel dieselbe Wirkung äuſsert, so ist augenscheinlich die Wirkung des Multiplikators auf die Magnetnadel

$$\frac{nA}{L + n\lambda},$$

wenn die Wirkung einer ganz gleichen Windung der Kette ohne Multiplikator auf die Nadel

$$\frac{A}{L}$$

gesetzt wird. *Hieraus folgt nun sogleich, daſs die Wirkung auf die Magnetnadel durch den Multiplikator verstärkt oder geschwächt wird, je nachdem nL gröſser oder kleiner als L + nλ, d. h. je nachdem die nfache reduzirte Länge der Kette ohne Multiplikator gröſser oder kleiner als die reduzirte Länge der Kette mit dem Multiplikator ist.* Ferner gibt die bloſse Ansicht des Ausdruckes, wodurch die Wirkung des Multiplikators auf die Nadel bestimmt worden ist, zu erkennen, daſs die gröſste oder kleinste Wirkung eintritt, sobald L gegen nλ vernachläſsigt werden kann, und ausgedrückt wird durch

$$\frac{A}{\lambda}.$$

Vergleicht man diese Grenzwirkung des Multiplikators mit der, welche eine völlig gleich beschaffene Windung der Kette ohne Multiplikator hervorbringt, so nimmt man wahr, daſs sich beide

zu einander verhalten wie die reduzirten Längen L und λ, welche Relation zur Bestimmung einer dieser Werthe aus den übrigen dienen kann. *Der für die Grenzwirkung des Multiplikators gefundene Ausdruck zeigt, daſs sie der Spannung der Kette proportional und unabhängig von der reduzirten Länge der Kette ist;* es kann mithin die Grenzwirkung eines und desselben Multiplikators nicht blos zur Bestimmung der in verschiedenen Ketten befindlichen Spannungen dienen, sondern er zeigt auch, daſs sich die Grenzwirkung in dem Maaſse verstärken läſst, als man die Summe der Spannungen erhöhet, welches dadurch geschehen kann, daſs man aus mehreren einfachen Ketten eine voltaische Zusammensetzung bildet. — Bezeichnet man die wirkliche Länge einer Windung des Multiplikators durch l, sein Leitungsvermögen durch $\varkappa$ und seinen Querschnitt durch ω so daſs $\lambda = \frac{l}{\varkappa \cdot \omega}$ wird, so verwandelt sich der Ausdruck für die Grenzwirkung des Multiplikators in folgenden

$$\varkappa \cdot \omega \cdot \frac{A}{l},$$

woraus man ersehen kann, *daſs die Grenzwir-*

kungen zweier aus gleich starkem Drahte verfertigten Multiplikatoren von verschiedenem Metalle sich zu einander verhalten, wie die Leitungsfähigkeiten dieser Metalle, und daſs die Grenzwirkungen zweier aus Drähten von einerlei Metall gebildeten Multiplikatoren sich zu einander verhalten, wie die Querschnitte dieser Drähte. Alle diese mannigfaltigen Eigenthümlichkeiten des Multiplikators habe ich, als in der Erfahrung gegründet, theils an fremden theils an eigenen Versuchen nachgewiesen *). Die letzten an der Thermokette hierüber gemachten Versuche haben die schon oben aus einer Vergleichung der reduzirten Längen sich ergebende Folgerung, daſs die Spannungssumme in einer Thermokette bei weitem geringer sei als in den gebräuchlichen Hydroketten noch auf einem andern, dem vorigen gewissermaſsen entgegen gesetzten Wege dargethan, und eine beiläufige Vergleichung hat mich zu der Ueberzeugung geführt, daſs zu Glühwirkungen, wenn sie mit Sicherheit vorausgesagt werden sollen, eine voltaische Zusammenset-

---

*) Schweigger's Jahrbuch 1826. H. 2. und 1827.

zung von einigen hundert, zweckmäſsig gewählten einfachen Thermoketten, zu chemischen Wirkungen von einiger Stärke aber ein noch weit gröſserer Apparat erfordert werde. Versuche, welche diese Vorherbestimmung auſser Zweifel setzen, werden der hier vorgetragenen Theorie eine neue, nicht unwichtige Bestätigung geben.

Die bisherigen Betrachtungen reichen auch hin, den Hergang zu entscheiden, der statt findet, wenn sich die galvanische Kette irgendwo in zwei oder mehrere Zweige spaltet. Zu dem Ende mache ich darauf aufmerksam, daſs schon oben, zugleich mit der Gleichung $S = \frac{A}{L}$, die Regel aufgefunden worden ist, daſs die Gröſse des Stromes in irgend einem homogenen Theile der galvanischen Kette durch den Quotienten aus dem Unterschiede der an den Enden des Theiles vorhandenen elektrischen Kräfte und seiner reduzirten Länge gegeben wird. Zwar ist diese Regel dort nur für den Fall aufgestellt worden, wenn die Kette sich nirgends in mehrere Zweige spaltet, aber eine ganz einfache, aus der Gleichheit der ab- und zuströmenden Elektrizitätsmenge in

allen Querschnitten eines jeden prismatischen Theiles hergenommene und der dortigen ähnliche Betrachtung gibt die Ueberzeugung, daſs dieselbe Regel auch für jeden einzelnen Zweig im Falle einer Spaltung der Kette noch gültig bleibt. Nimmt man nun an, daſs die Kette sich z. B. in drei Arme spaltet, deren reduzirte Längen λ, λ', λ'' sein mögen, setzt man zudem voraus, daſs an jeder von diesen Stellen die ungespaltene Kette und die einzelnen Zweige einerlei elektrische Kraft besitzen und sonach keine Spannung daselbst eintritt, und bezeichnet man den Unterschied der an diesen beiden Stellen befindlichen elektrischen Kräfte durch α, so ist in Folge der angeführten Regel die Gröſse des Stromes in den drei Zweigen beziehlich

$$\frac{\alpha}{\lambda}, \quad \frac{\alpha}{\lambda'}, \quad \frac{\alpha}{\lambda''},$$

woraus zunächst folgt, *daſs sich die Ströme in den drei Zweigen umgekehrt wie deren reduzirte Längen verhalten,* so daſs also jeder einzeln sich finden läſst, sobald man die Summe aller drei zusammen kennt. Die Summe aller drei zusammen ist aber offenbar der Gröſse des Stro-

mes an jeder andern Stelle des nicht gespaltenen Theils der Kette gleich, weil auſserdem, was hier noch immer vorausgesetzt wird, der bleibende Zustand der Kette nicht eingetreten wäre. Bringt man damit die aus den obigen Betrachtungen sich ergebende Schluſsfolge in Verbindung, daſs nämlich durch die Gröſse des Stromes und die Natur eines jeden homogenen Theiles der Kette das Gefälle der ihm entsprechenden, die Elektrizitätsvertheilung darstellenden, geraden Linie gegeben ist, so erhält man die Gewiſsheit, daſs die zu dem nicht gespaltenen Theile der Kette gehörige Vertheilungsfigur so lange dieselbe bleiben muſs, als der Strom in ihr dieselbe Gröſse behält, und umgekehrt; woraus folgt, daſs die Unveränderlichkeit des Stromes in dem nicht gespaltenen Theile der Kette nothwendigerweise eine Unveränderlichkeit des Unterschiedes der an den Enden dieses Theils hervortretenden elektrischen Kräfte voraussetzt. Denkt man sich nun statt der einzelnen Zweige einen einzigen Leiter von der reduzirten Länge Λ in die Kette gesetzt, der die Gröſse ihres Stromes und ihre Spannungen in nichts ändert, so muſs in Folge des eben Gesag-

ten der Unterschied der an seinen Enden befindlichen elektrischen Kräfte noch immer α und daher

$$\frac{\alpha}{\Lambda} = \frac{\alpha}{\lambda} + \frac{\alpha}{\lambda'} + \frac{\alpha}{\lambda''}$$

oder

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} + \frac{1}{\lambda''}$$

sein, welche Gleichung zur Bestimmung des Werthes Λ dient. Ist aber dieser Werth bekannt und nennt man A die Summe aller in der Kette befindlichen Spannungen und L die reduzirte Länge des nicht gespaltenen Theils der Kette, *so ergibt sich, wie man weiſs, für die Gröſse des Stromes in der zuletzt gedachten Kette*

$$\frac{A}{L + \Lambda},$$

welche der Summe der in den drei einzelnen Zweigen auftretenden Ströme gleich ist. Da nun schon vorhin gezeigt worden ist, daſs sich die Ströme in den einzelnen Zweigen zu einander umgekehrt wie die reduzirten Längen dieser Zweige verhalten, so erhält man für die Gröſse des Stromes in dem Zweige, dessen reduzirte Länge λ ist,

$$\frac{A}{L+\Lambda}\cdot\frac{\Lambda}{\lambda};$$

in dem Zweige, dessen reduzirte Länge λ' ist,

$$\frac{A}{L+\Lambda}\cdot\frac{\Lambda}{\lambda'};$$

und in dem Zweige, dessen reduzirte Länge λ'' ist,

$$\frac{A}{L+\Lambda}\cdot\frac{\Lambda}{\lambda''}.$$

Auch diese entlegenere und bisher wenig beachtete Eigenthümlichkeit der galvanischen Kette habe ich in der Erfahrung auf eine völlig entscheidende Weise bestätigt gefunden *).

Hiermit schlieſst sich die Betrachtung solcher galvanischer Ketten, in welchen der bleibende Zustand bereits eingetreten ist, und die weder durch den Einfluſs der umgebenden Luft noch durch eine allmählige Abänderung ihrer chemischen Beschaffenheit besondere Modifikationen erleiden. Von da nimmt aber auch die Einfachheit des Gegenstandes immer mehr und mehr ab, so daſs die bisher statt gefundene elementare Behandlung bald ganz verloren geht. Was solche Ketten anbelangt, auf welche die Luft Einfluſs

*) Schweigger's Jahrb. 1827.

hat und deren Zustand mit der Zeit sich ändert, ohne daſs diese Aenderung in einer fortschreitenden chemischen Umbildung der Kette ihren Grund hat, und die sich dadurch vor den übrigen auszeichnen, daſs die Gröſse ihres Stromes an verschiedenen Orten verschieden ist, so habe ich mich begnügt, in jeder von diesen Beziehungen immer nur den einfachsten Fall abzuhandeln, da sie in der Natur nur in seltenen Fällen zum Vorschein kommen, und im Allgemeinen von geringerem Interesse erscheinen dürften. Ich that dieſs um so lieber, da ich zu einer andern Zeit auf diesen Gegenstand zurück zu kommen gedenke. Was hingegen jene Modifikation galvanischer Ketten betrifft, die durch eine von dem Strome zunächst ausgehende und sodann auf ihn selbst wieder zurück wirkende chemische Umwandlung der Kette veranlaſst wird, so habe ich ihr in dem Anhange eine besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Der darin eingehaltene Gang stützt sich auf eine sehr groſse Menge über den Gegenstand angestellter Versuche, deren Mittheilung ich aber darum unterlasse, weil sie einer weit gröſsern Bestimmtheit fähig zu sein scheinen,

als damals die Nichtberücksichtigung mancher dabei einwirkenden Elemente mir gestattete, deren Erwähnung ich aber hier für nöthig erachte, damit die sich selber stets bewachende Weise, womit ich in dem Anhange vorwärts schreite, und die ich der Wahrheit schuldig zu sein glaubte, nicht etwa die Theilnahme, mehr als billig ist, dadurch von sich abziehe.

Den Grund der durch den Strom veranlaſsten chemischen Veränderungen in den dazu geeigneten Theilen einer galvanischen Kette habe ich in der oben beschriebenen dieser Kette eigenthümlichen Elektrizitätsvertheilung gesucht und, wie ich kaum zweifeln darf, wenigstens der Hauptsache nach gefunden. Es fällt nämlich sogleich in die Augen, daſs jede zu einem Querschnitte gehörige Scheibe einer galvanischen Kette, die den elektrischen Anziehungen und Abstoſsungen gehorcht und deren Bewegung nichts im Wege steht, in der geschlossenen Kette einseitig getrieben werden müsse, weil diese Anziehungen oder Abstoſsungen in Folge der stetig sich ändernden elektrischen Kraft auf ihren beiden Seiten verschieden sind, und die Rechnung zeigt,

daſs die Kraft, womit sie nach einer Seite hin getrieben wird, in einem aus der Gröſse des elektrischen Stromes und aus der in der Scheibe befindlichen elektrischen Kraft zusammengesetzten Verhältnisse stehe. Dadurch wird nun zwar zunächst blos eine räumliche Ortsveränderung der Scheibe bedingt. Wenn aber diese Scheibe als ein zusammen gesetzter Körper angesehen wird, dessen Bestandtheile den elektrochemischen Ansichten gemäſs, sich durch eine Verschiedenheit in ihrem elektrischen Verhalten von einander unterscheiden, so ergibt sich sogleich, daſs jener einseitige Druck auf die verschiedenen Bestandtheile mit ungleicher Stärke und in den meisten Fällen auch wohl in entgegengesetzter Richtung wirken und so ein Bestreben in ihnen sich von einander zu entfernen rege machen müsse. Aus dieser Betrachtung geht eine besondere auf eine chemische Veränderung aller Theile hinarbeitende Thätigkeit der galvanischen Kette hervor, die ich ihre *zersetzende Kraft* genannt und in jedem einzelnen Falle der Gröſse nach zu bestimmen versucht habe. Diese Bestimmung ist von der Art abhängig, wie man-

sich die Elektrizität mit den Körpertheilchen in Verbindung vorstellt *). Nimmt man an, was am natürlichsten zu sein scheint, daſs die Elektrizität sich im Verhältnisse der Masse über den Raum ergiese, den die Körper einnehmen, so zeigt eine vollständige Zergliederung, *daſs die zersetzende Kraft der Kette der Stärke des Stromes direkt proportional sei, und auſserdem noch durch einen aus der Natur der Bestandtheile und ihrem Mischungsverhältnisse herzuholenden Koeffizienten gegeben werde* Aus der Natur dieser zersetzenden Kraft der Kette, welche an allen Stellen eines homogenen Theiles von gleicher Stärke ist, geht nun sogleich hervor, daſs wenn sie fähig ist, den gegenseitigen Zusammenhang der Bestandtheile unter allen Umständen zu überwältigen, so wird die Trennung und Fortführung der Bestandtheile nach den beiden Seiten

*) Ueber die eigentliche Deutung dieser Bemerkung werde ich bei einer nächsten Gelegenheit reden, wo ich die von *Ampère* entdeckten Aeusserungen der Theile einer galvanischen Kette auf einander auf gewöhnliche elektrische Anziehungen und Abstossungen zurückzuführen versuche.

der Kette hin nur in mechanischen Hindernissen ihre Grenzen finden; überwiegt aber der Zusammenhang der Bestandtheile unter sich entweder gleich anfänglich überall, oder im Verlaufe der Wirkung irgendwo die zersetzende Kraft der Kette, so wird von da an keine weitere Bewegung der Elemente mehr Statt finden. Diese allgemeine Beschreibung der zersetzenden Kraft schlieſst sich an die von *Davy* und Andern gemachten Durchführungsversuche an.

Der Beachtung besonders werth ist ein, wie es scheint in den meisten Fällen sich bildender, eigener Zustand der Vertheilung beider Bestandtheile in einer chemisch zusammengesetzten Flüssigkeit, die in folgender Veranlaſsung ihren Ursprung hat. Wenn nämlich die Zersetzung nur auf einen begrenzten Theil der Kette sich zu beschränken angewiesen ist und nun die Bestandtheile der einen Art nach der einen Seite dieses Theiles und die Bestandtheile der andern Art nach seiner andern Seite hingedrängt werden, so wird eben dadurch der Wirkung eine natürliche Grenze gesetzt; denn der im Uebergewichte auf der einen Seite irgend einer Scheibe innerhalb

der in der Zerſetzung begriffenen Strecke auftretende Beſtandtheil wird ſich der Bewegung des gleichen Beſtandtheiles nach derſelben Seite hin, vermöge der in ihm liegenden repulſiven Kraft, fortwährend widerſetzen, ſo daſs die zerſetzende Kraft der Kette nicht blos den jedesmaligen Zuſammenhang der beiden Beſtandtheile unter einander, ſondern auch dieſe Reaction eines jeden Beſtandtheiles auf ſich ſelber zu überwältigen hat. Es erhellet hieraus, daſs ein Stillſtand in der chemiſchen Veränderung dann eintreten müſſe, wenn zu irgend einer Zeit ein Gleichgewicht zwiſchen den dabei obwaltenden Kräften eintritt. Der ſo herbei geführte, in einer eigenen chemiſchen Vertheilung der Beſtandtheile beruhende und bleibende Zuſtand des in der Zerſetzung begriffenen Theils der Kette iſt der, von dem ich eben ausging, und deſſen Natur ſcharf zu beſtimmen ich in dem Anhange verſucht habe. Schon die bloſse Beſchreibung der Entſtehungsweiſe dieſer höchſt merkwürdigen Erſcheinung gibt zu erkennen, daſs an den äuſserſten Enden der vertheilten Strecke kein natürliches Gleichgewicht ſtatt finden könne, weſshalb an dieſen Orten die

beiden Bestandtheile durch eine mechanische Gewalt zurückgehalten werden müssen, auſserdem in die nächsten Theile der Kette übergehen, oder, wo die übrigen Umstände es bedingen, von der Kette sich gänzlich absondern werden. Wer wollte in dieser prunklosen Auseinandersetzung nicht alle bei chemischen Zerlegungen durch die Kette bis jetzt beobachteten Hauptmomente der äuſseren Erscheinung wieder erkennen!

Wenn der Strom und mit ihm die zersetzende Kraft plötzlich unterbrochen wird, so werden die vertheilten Bestandtheile allmählig wieder in ihr natürliches Gleichgewicht zurücktreten, aber den verlassenen Zustand sogleich wieder anzunehmen streben, wenn der Strom neuerdings hergestellt wird. Während dieses Hergangs ändert sich begreiflicherweise mit der chemischen Natur zugleich fortwährend die Leitungsfähigkeit sowohl als die Erregungsweise zwischen den Elementen der in der Zersetzung begriffenen Strecke; dadurch aber wird eine fortgesetzte Aenderung in der elektrischen Vertheilung und in der davon abhängigen Gröſse des Stromes an der galvanischen Kette nothwendig bedingt, welche nur in

dem bleibenden Zustande der chemischen Vertheilung ihre natürlichen Grenzen findet. Zur genauen Bestimmung dieser letzten Stufe des elektrischen Stromes wird die Kenntniſs des Gesetzes erfordert, nach welchem sich die Leitungsfähigkeit und die Erregungsstärke der aus zwei verschiedenen Flüssigkeiten gebildeten veränderlichen Mischungen richtet. Was die Erfahrung zu diesem Zwecke bis jetzt noch an die Hand gegeben hat, schien mir nicht genügend, daher zog ich ihr eine theoretische Bestimmung vor, die so lange, bis das wahre Gesetz aufgefunden ist, seine Stelle einnehmen soll. Mit Hülfe des nicht ganz erdichteten Gesetzes gelange ich nun zu den Gleichungen, welche in jedem Falle alle einzelnen Umstände zu erkennen geben, die den bleibenden Zustand der chemischen Vertheilung in der galvanischen Kette ausmachen, deren weitere Benützung ich jedoch vernachläſsigt habe, da der jetzige Umfang unserer Erfahrungskenntnisse in dieser Hinsicht mir die dazu erforderliche Mühe noch nicht zu lohnen schien. Um jedoch die Resultate dieser Untersuchung mit dem, was Versuche hierüber gegeben haben, in ihren allgemein-

sten Zügen vergleichen zu können, habe ich einen besondern Fall bis ans Ende geführt, und an ihm ersehen, daſs die Formel die Art des Wogens der Kraft, wie ich es vordem beschrieben habe *), recht genügend darstellt.

Nachdem ich so den Inhalt dieser Schrift in einem leichten Umrisse angegeben habe, gehe ich nun zu einer gründlichern Bearbeitung der einzelnen Stellen über.

*) Schweigger's Jahrb. 1826. H. 2.

Digitized by Google

A) *Allgemeine Untersuchungen über die Verbreitung der Elektrizität.*

1) Eine unter gewiſsen Umständen hervortretende Eigenschaft der Körper, die wir *Elektrizität* nennen, gibt sich räumlich dadurch zu erkennen, daſs Körper, welche sie besitzen, und die deshalb *elektrische* Körper heiſsen, sich einander entweder abstoſsen oder anziehen.

Um die Veränderungen, welche in der elektrischen Beschaffenheit eines Körpers A vorfallen, auf eine völlig bestimmte Weise verfolgen zu können, bringen wir diesen Körper jedesmal unter einerlei Umständen mit einem zweiten beweglichen Körper von unveränderlicher elektrischer Beschaffenheit, das *Elektroskop* genannt, in Verbindung, und bestimmen die Kraft, womit das Elektroskop von dem Körper abgestoſsen oder angezogen wird. Diese Kraft nennen wir die *elektroskopische* Kraft des Körpers A, und um

unterscheiden zu können, ob sie eine abstoſsende oder anziehende ist, setzen wir in dem einen Falle das Zeichen +, und in dem andern Falle das Zeichen — vor die Angabe ihres Maaſses.

Es kann derselbe Körper A auch zur Bestimmung der elektroskopischen Kraft in verschiedenen Theilen eines und desselben Körpers dienen. Zu diesem Zwecke nehmen wir den Körper A von sehr geringen Dimensionen, damit, wenn wir ihn mit der zu prüfenden Stelle irgend eines dritten Körpers in innige Berührung bringen, er seiner Kleinheit halber als Vertreter dieser Stelle angesehen werden kann; dann wird seine auf die eben beschriebene Art zu messende elektroskopische Kraft, wenn sie an verschiedenen Stellen verschieden ausfällt, die relative Verschiedenheit dieser Stellen in Bezug auf Elektrizität zu erkennen geben.

Die Absicht vorstehender Erklärungen ist, dem Ausdrucke »elektroskopische Kraft« eine einfach bestimmte Bedeutung zu geben; eine Berücksichtigung der gröſsern oder geringern Ausführbarkeit des Verfahrens sowohl, als eine Vergleichung der verschiedenen möglichen Verfah-

rungsarten unter einander zur Bestimmung der elektroskopischen Kraft liegen nicht in unserm Zwecke.

2) Wir nehmen wahr, daſs sich die elektroskopische Kraft von einer Stelle zur andern und von einem Körper zum andern fortbewegt, so daſs sie nicht blos an verschiedenen Stellen zu derselben Zeit, sondern auch an derselben Stelle zu verschiedenen Zeiten sich ändert. Um die Art und Weise, wie die elektroskopische Kraft von der Zeit, worin sie wahrgenommen wird, und dem Orte, an welchem sie sich äuſsert, abhängig ist, bestimmen zu können, müssen wir von Grundgesetzen ausgehen, denen der zwischen den Elementen eines Körpers statt findende Austausch ihrer elektroskopischen Kraft unterworfen ist.

Diese Grundgesetze sind von zweierlei Art, entweder von der Erfahrung entlehnte, oder, da wo diese schweigt, hypothetisch angenommene. Die Zulässigkeit der erstern kann keinem Zweifel unterworfen sein, und die Rechtmäſsigkeit der letztern gibt sich durch die Uebereinstimmung der aus ihnen abgeleiteten Resultate der Rechnung mit dem, was in der Wirklichkeit vorfällt, unfehl-

bar zu erkennen; denn da durch die Rechnung die Erscheinung mit allen ihren Modifikationen auf das Bestimmteste ausgesprochen wird, so muſs, weil in ihrem Fortgange zu den früheren nicht immer wieder neue Unsicherheiten stoſsen, eine im gleichen Maaſse vollständige Beobachtung der Natur ihre Annahmen auf eine entscheidende Weise entweder rechtfertigen oder widerlegen. Darin liegt eben das hauptsächlichste Verdienst der Rechnung, daſs sie durch ihre nirgends schwankende Aussagen eine Allgemeinheit der Vorstellungen hervorruft, die jedesmal zu erneuerten Versuchen auffordert und so zu einer immer mehr in die Tiefe gehenden Kenntniſs der Natur führt. Jede auf Thatsachen gebaute Theorie einer Klasse von Naturerscheinungen, die in der Form ihrer Darstellung nicht die mathematische Ausführlichkeit erträgt, ist unvollkommen, und jede in einer noch so strengen Form entwickelte Theorie, die nicht in dem erforderlichen Maaſse von der Erfahrung gebilligt wird, ist unsicher. So lange daher nicht wenigstens ein Theil der Wirkungen einer Naturkraft mit groſser Schärfe in allen ihren Abstufungen beobachtet worden ist,

geht die mit ihr sich befassende Rechnung nur auf unsichern Boden, weil kein Prüfſtein für ihre Hypothesen vorhanden ist, und thut im Grunde besser, auf gelegenere Zeit zu warten; wenn sie aber mit der gehörigen Befugniſs an die Arbeit geht, bereichert sie das Gebiet, worin sie weilt, mit neuen Naturerscheinungen, zum Mindesten auf indirekte Weise, wie die Erfahrung aller Zeiten lehrt. Ich glaubte diese allgemeinen Bemerkungen vorausschicken zu müssen, nicht nur weil durch sie auf das Folgende mehr Licht geworfen wird, sondern auch deshalb, weil sie den Grund in sich zu tragen scheinen, warum die Rechnung nicht längst schon an die galvanischen Erscheinungen mit mehr Erfolg sich gemacht habe, obgleich sie, wie sich später finden wird, den hierzu erforderlichen Gang schon früher in einem andern, scheinbar weniger dazu vorbereiteten, Felde der Physik genommen hat.

Nach diesen Vorerinnerungen gehen wir nun zur Aufstellung der Grundgesetze selber über.

3) Wenn zwei gleich groſse, gleich gestaltete und gegen einander gleich gestellte aber ungleich stark elektrische Körperelemente E und E′ in der

schicklichen Entfernung von einander stehen, so äuſsern sie ein wechselseitiges Bestreben, sich ins elektrische Gleichgewicht zu setzen, welches sich dadurch zu erkennen gibt, daſs beide dem Mittel ihres elektrischen Zustandes fortwährend und immer um gleich viel näher rücken, so lange, bis sie dasselbe wirklich erreicht haben. Beide Elemente ändern nämlich ihren elektrischen Zustand gegenseitig so lange, als noch ein Unterschied ihrer elektroskopischen Kraft statt findet; diese Aenderung aber hört auf, so wie beide einerlei elektroskopische Kraft erlangt haben. Es ist mithin diese Aenderung von der elektrischen Differenz der Elemente dergestalt abhängig, daſs jene mit dieser zugleich verschwindet. Wir nehmen nun an, daſs die in einem äuſserst kleinen Zeittheilchen erfolgte Aenderung in beiden Elementen der Differenz ihrer zu derselben Zeit vorhandenen elektroskopischen Kraft und der Gröſse des Zeittheilchens proportional sei, und ohne uns noch auf irgend einen materiellen Unterschied der Elektrizität einzulassen, stellen wir fest, daſs dabei die mit + und — bezeichneten Kräfte gerade so wie entgegengesetzte Gröſsen überhaupt zu behandeln

seien. — Daſs die Aenderung sich genau nach der Differenz der Kräfte richte, ist eine Unterstellung der Rechnung, die natürlichste, weil sie die einfachste ist; das Uebrige ist durch die Erfahrung gegeben. Die Bewegung der Elektrizität innerhalb der meisten Körper geht so rasch von Statten, daſs wir ihre Aenderungen an den verschiedenen Stellen nur selten festzuhalten vermögen, uud deshalb das Gesetz, nach welchem sie sich richten, durch die Erfahrung auszumitteln wohl nicht im Stande sind. Die galvanischen Erscheinungen, in welchen solche Aenderungen unter einer bleibenden Form auftreten, sind daher für die Prüfung jener Annahme von besonders hohem Interesse. Werden nämlich die aus der Annahme gezogenen Folgerungen durch jene Erscheinungen durchaus bestätigt, so ist sie zulässig und kann ohne Bedenken in allen verwandten Untersuchungen, wenigstens innerhalb derselben Grenzen der Kraft, ihre Anwendung finden.

Wir haben in Uebereinstimmung mit den bisher gemachten Erfahrungen angenommen, daſs, wenn durch irgend zwei äuſserlich gleich beschaffene Elemente, sie mögen aus einerlei oder aus

verschiedener Materie beſtehen, eine gegenſeitige Aenderung ihres elektriſchen Zuſtandes hervorgerufen wird, das eine eben ſo viel an Kraft verliere, als das andere gewinnt. Sollte ſich vielleicht in der Folge durch Verſuche noch ergeben, daſs die Körper in Bezug auf Elektrizität ein ähnliches Verhalten zeigen, als dasjenige iſt, was wir bei der Wärme Kapazität der Körper nennen, ſo müſste das von uns aufgeſtellte Geſetz eine leichte Abänderung erleiden, die wir am paſſenden Orte anzeigen werden.

4) Wenn die beiden Elemente E und E′ nicht von gleicher Gröſse ſind, ſo iſt es doch immer geſtattet, ſie als Summen von gleichen Theilen anzuſehen. Geſetzt das eine Element E beſtände aus m unter ſich völlig gleichen Theilen und das andere E′ aus m′ eben ſolchen Theilen, ſo wird, wenn man ſich die Elemente E und E′ äuſserſt klein in Vergleich zu ihrer gegenſeitigen Entfernung vorſtellt, ſo daſs die Entfernungen von jedem Theile des einen zu jedem Theile des andern Elementes gleich ſind, die Summe der Einwirkungen aller m′ Theile des Elementes E′ auf einen Theil des Elementes E

die m′fache von der sein, die ein Theil allein ausübt, und die Summe aller Einwirkungen des Elementes E′ auf alle m Theile des Elementes E wird die mm′fache von der sein, die ein Theil von E′ auf einen Theil von E äuſsert. Man sieht hieraus, daſs, um die gegenseitigen Wirkungen ungleicher Elemente auf einander beziehen zu können, man sie nicht blos dem Unterschiede ihrer elektroskopischen Kräfte und ihrer Zeitdauer, sondern auch dem Produkte ihrer relativen Ausdehnungsgröſsen proportional nehmen müsse. Wir werden in der Folge die auf die Gröſse der Elemente bezogene Summe der elektroskopischen Aeusserungen — worunter wir also das Produkt aus der Kraft in die Gröſse des Raumes, worüber sie verbreitet ist, zu verstehen haben, im Falle daſs an allen Stellen dieses Raumes einerlei Kraft sich befindet — *Elektrizitätsmenge* nennen, ohne daſs wir dadurch irgend etwas über die materielle Beschaffenheit der Elektrizität festzusetzen beabsichtigen. Dieselbe Bemerkung gilt von allen eingeführten bildlichen Ausdrücken, ohne die nun einmal unsere Sprache, vielleicht aus gutem Grunde, nicht bestehen kann.

Im Falle die Elemente nicht als verschwindend in Vergleich zu ihrer gegenseitigen Entfernung angesehen werden dürfen, wird statt des Produktes aus den Ausdehnungsgröſsen der beiden Elemente eine für jeden gegebenen Fall besonders zu bestimmende Funktion ihrer Dimensionen und ihrer mittlern Entfernung gesetzt werden müssen, die wir, wo wir sie brauchen, durch F bezeichnen wollen.

5) Bisher haben wir den Einfluſs der gegenseitigen Entfernung der Elemente, zwischen welchen eine Ausgleichung ihres elektrischen Zustandes vor sich geht, unberücksichtigt gelassen, weil wir es jedesmal nur mit solchen Elementen zu thun hatten, die immer dieselbe Entfernung zu einander behielten. Nun aber wirft sich die Frage auf, ob jener Austausch unmittelbar nur zwischen zunächst an einander liegenden Elementen statt finde, oder ob er sich auch auf entfernter liegende erstrecke, und wie in der einen oder der andern Annahme seine Gröſse durch die Entfernung modifizirt werde. Nach dem Vorbilde *Laplace* pflegt man in solchen Fällen, wo Molekularwirkungen aus kleinster Ferne ins Spiel kom-

men, einer besondern Vorstellungsweise sich zu bedienen, zufolge welcher zwar noch in endlicher Entfernung eine unmittelbare Wechselwirkung zwischen zwei durch andere getrennten Elementen Statt findet, welche Wirkung jedoch so schnell abnimmt, daſs sie schon bei jeder merklichen auch noch so kleinen Entfernung als völlig verschwunden anzusehen ist. *Laplace* wurde zu dieser Hypothese bewogen, weil die Voraussetzung, daſs die unmittelbare Wirkung nur auf nächste Elemente sich erstrecke, Gleichungen lieferte, deren einzelne Glieder nicht von derselben Dimension in Bezug auf die Differenzialien der veränderlichen Gröſsen waren *), eine Ungleichförmig-

*) *Poiſson* in seinem Mémoire sur la Distribution de la Chaleur, Journ. de l'école Polytech. Cah. XIX drückt sich hierüber so aus:

Si l'on partage une barre, par des sections perpendiculaires à l'axe, en une infinité d'élémens infiniment petits, et que l'on considère l'action mutuelle de trois élémens consécutifs, c'est à dire, la quantité de chaleur que l'élément intermédiaire communique et enlève à chaque instant aux deux autres, en raison de l'excès positif ou negatif de sa température sur celle de chacun d'eux, on en conclura facilement l'augmentation de température de cet élément pendant un instant infiniment petit; égalant

keit, die dem Geiste der Differenzialrechnung gerade zu entgegen ist. Dieses scheinbar unvermeidliche Miſsverhältniſs zwischen den Gliedern einer Differenzialgleichung, die doch nothwendigerweise zu einander gehören, ist zu auffallend, um nicht die Aufmerksamkeit derer, für die solche Untersuchungen Werth haben, auf sich zu ziehen; daher wird ein Versuch, zur Aufklärung dieses Räthsels etwas beizutragen, um so weniger hier am unrechten Orte sein, weil wir den Vortheil erlangen, daſs die folgenden Betrachtungen dadurch einfacher und kürzer ausfallen. Wir wer-

---

donc cette quantité à la differentielle de sa température prise par rapport au temps on formerait l'équation du mouvement de la chaleur suivant la longueur de la barre; mais en examinant plus attentivement la question, on réconnait sans peine, que cette équation serait fondée sur la comparaison de deux quantités infiniment petites non homogénes, ou de differens ordres, ce qui serait contraire aux premiers principes du calcul differentiel. On ne peut faire disparaitre cette difficulté qu'en supposant, ainsi que *M. Laplace* l'a remarqué le premier (Mémoires de la 1re classe de l'Institut année 1809.), que l'action de chaque élément de la barre s'étend au delà du contact, et qu'elle s'exerce sur tous les élémens compris dans une étendue finie, aussi petite qu'on voudra.

den dabei lediglich die Bewegung der Elektrizität zum Grunde legen, weil es nicht schwer hält, die gewonnenen Resultate auf jeden andern ähnlichen Gegenstand überzutragen, wie wir später, an einem andern Beispiele zu zeigen, die Gelegenheit erhalten werden.

6) Vor allem wird erfordert, daſs wir den Begriff der Leitungsgüte genau festsetzen. Wir drücken aber die Stärke der Leitung zwischen zwei Orten durch eine Gröſse aus, welche unter übrigens gleichen Umständen dem Produkte aus der Menge dessen, was in einer bestimmten Zeit von dem einen Orte zum andern übergeführt wird, in die Entfernung der beiden Orte von einander proportional ist. Sind die beiden Orte ausgedehnt, so ist unter ihrer Entfernung die gerade Linie, welche die Mittelpunkte der Ausdehnung der beiden Orte mit einander verbindet, zu verstehen. Tragen wir diesen Begriff auf zwei elektrische Körperelemente E und E' über und nennen s die gegenseitige Entfernung ihrer Mittelpunkte, q die Elektrizitätsmenge, welche unter völlig bestimmten und unveränderlichen Umständen von einem Elemente zum andern überge-

führt wird, und $\varkappa$ das zwischen ihnen Statt findende Leitungsvermögen, so ist also

$$\varkappa = q \cdot s.$$

Die durch q bezeichnete Elektrizitätsmenge werden wir nun näher zu bestimmen suchen. Nach No. 4. ist die Elektrizitätsmenge, welche in einer äuſserst kurzen Zeit vom einen Elemente zum andern übergeführt wird, bei unveränderlicher Entfernung im allgemeinen dem Unterschiede ihrer elektroskopischen Kraft, der Zeitdauer und der Gröſse eines jeden der beiden Elemente proportional; bezeichnen wir daher die elektroskopischen Kräfte der beiden Elemente E und E' beziehlich durch u und u' und ihrem Rauminhalt durch m und m', so erhalten wir für die in dem Zeitelemente dt von E' nach E übergeführte Elektrizitätsmenge folgenden Ausdruck:

$$\alpha\, m\, m'\, (u' - u)\, dt,$$

wo α einen irgend wie von der Entfernung s abhängigen Koeffizienten vorstellt. Diese Menge ändert sich in jedem Augenblicke, wenn $u' - u$ veränderlich ist; nehmen wir aber an, daſs die Kräfte u' und u zu jeder Zeit dieselben bleiben,

so hängt sie blos von der Gröſse des Zeittheilchens dt ab, wir können sie daher auf die Zeiteinheit ausdehnen, dann wird sie, wenn wir die jetzt konstante Differenz der Kräfte $u' - u$ der Krafteinheit gleich setzen, folgende

$$\alpha\, m\, m'.$$

Diese Elektrizitätsmenge ist für die beiden der Lage nach unveränderlichen Elemente E und E' stets eine, unter einerlei Umständen entstandene Menge, weswegen wir sie zu der eben gegebenen Bestimmung des Leitungsvermögens gebrauchen können. Verstehen wir nämlich unter q die in der Zeiteinheit bei einer konstanten und der Krafteinheit gleichen Differenz der elektroskopischen Kräfte von dem Elemente E' zu dem Elemente E übergeführte Elektrizitätsmenge, so wird

$$q = \alpha\, m\, m'$$

und nun

$$\varkappa = \alpha\, m\, m'\, s\,.$$

Nehmen wir aus dieser letzten Gleichung den Werth von $\alpha m m'$ und substituiren ihn in den Ausdruck

$$\alpha m m' \,(u' - u)\; dt,$$

so erhalten wir für die veränderliche Elektrizi-

tätsmenge, welche in dem Zeittheilchen dt v
nach E überströmt, folgenden

$$\frac{\varkappa\ (u' - u)\ dt}{s}, \qquad (♂)$$

welcher Ausdruck das oben erwähnte Miſsve
niſs zwischen den Gliedern der Differenzi
chung nicht in seinem Gefolge hat, wie wir
wahrnehmen werden.

7) Es lag dem bisherigen Gange die
aussetzung zum Grunde, daſs die von einen
mente zu einem andern ausgeübte Wirkung
Produkte aus dem Rauminhalte der beider
mente proportional sei, eine Voraussetzun
wie schon in No. 4. angemerkt worden
Fällen, wo es sich um die gegenseitige W
unendlich nahe bei einander liegender Ele
handelt, nicht mehr gestattet werden dar
sie entweder eine Relation zwischen der
der Körperelemente und ihren gegenseitigen
fernungen feststellt, oder diesen Elementen
bestimmte Gestalt vorschreibt. Es ist dahe
geringer Vorzug des vorhin für die verände
von einem Elemente zum andern strömende
tätsmenge gefundenen Ausdruckes (♂)

er von jener Voraussetzung ganz unabhängig ist; denn was auch in einem besondern Falle statt des Produktes mm' gesetzt werden müsse, so bleibt der Ausdruck (♂) doch stets derselbe, weil diese Besonderheit sich lediglich in das Leitungsvermögen $\varkappa$ wirft. Stellt nämlich F, wie in No. 4. angekündigt worden ist, die einem solchen Falle entsprechende Funktion der Dimensionen und der mittleren Entfernung beider Elemente vor, so verwandelt sich augenscheinlich nicht blos der Ausdruck

$$\alpha\, mm'\, (u' - u)\, dt$$

in den

$$F\, (u' - u)\, dt,$$

sondern auch die Gleichung

$$\varkappa = \alpha\, mm'\, s$$

in die andere

$$\varkappa = F \,.\, s, \qquad (\odot)$$

so daſs, wenn man den Werth von F aus dieser Gleichung nimmt und in jenen Ausdruck setzt, immer wieder derselbe Ausdruck

$$\frac{\varkappa\, (u' - u)\, dt}{s}$$

hervorgeht. Auch der Umstand ist von Bedeu-

tätsmenge, welche in dem Zeittheilchen dt von E' nach E überströmt, folgenden

$$\frac{\varkappa\ (u' - u)\ dt}{s}, \qquad (\delta)$$

welcher Ausdruck das oben erwähnte Miſsverhältniſs zwischen den Gliedern der Differenzialgleichung nicht in seinem Gefolge hat, wie wir bald wahrnehmen werden.

7) Es lag dem bisherigen Gange die Voraussetzung zum Grunde, daſs die von einem Elemente zu einem andern ausgeübte Wirkung dem Produkte aus dem Rauminhalte der beiden Elemente proportional sei, eine Voraussetzung, die, wie schon in No. 4. angemerkt worden ist, in Fällen, wo es sich um die gegenseitige Wirkung unendlich nahe bei einander liegender Elemente handelt, nicht mehr gestattet werden darf, weil sie entweder eine Relation zwischen der Gröſse der Körperelemente und ihren gegenseitigen Entfernungen feststellt, oder diesen Elementen eine bestimmte Gestalt vorschreibt. Es ist daher kein geringer Vorzug des vorhin für die veränderliche, von einem Elemente zum andern strömende Elektrizitätsmenge gefundenen Ausdruckes (δ), daſs

er von jener Voraussetzung ganz unabhängig ist; denn was auch in einem besondern Falle statt des Produktes mm' gesetzt werden müsse, so bleibt der Ausdruck (♂) doch stets derselbe, weil diese Besonderheit sich lediglich in das Leitungsvermögen $\varkappa$ wirft. Stellt nämlich F, wie in No. 4. angekündigt worden ist, die einem solchen Falle entsprechende Funktion der Dimensionen und der mittleren Entfernung beider Elemente vor, so verwandelt sich augenscheinlich nicht blos der Ausdruck

$$\alpha\, mm' \,(u' - u)\, dt$$

in den

$$F\,(u' - u)\, dt,$$

sondern auch die Gleichung

$$\varkappa = \alpha\, mm'\, s$$

in die andere

$$\varkappa = F \,.\, s, \qquad (\odot)$$

so daſs, wenn man den Werth von F aus dieser Gleichung nimmt und in jenen Ausdruck setzt, immer wieder derselbe Ausdruck

$$\frac{\varkappa\,(u' - u)\, dt}{s}$$

hervorgeht. Auch der Umstand ist von Bedeu-

tung, daſs der Ausdruck (δ') für solche Körpertheile noch gültig bleibt, deren Dimensionen nicht mehr unendlich klein sind, wenn nur in allen Punkten eines jeden solchen Theils dieselbe elektroskopische Kraft befindlich ist. Man sieht hieraus, wie innig sich unsere Betrachtungen an den Geist der Differenzialrechnung anschlieſsen; denn Gleichartigkeit aller seiner Punkte in Bezug auf die in Rechnung kommende Eigenschaft ist gerade das entscheidende Merkmal, welches die Differenzialrechnung an dem verlangt, was sie als Element in sich aufnehmen soll.

Stellt man eine etwas gründlichere Vergleichung des von *Laplace* herrührenden Verfahrens mit dem von uns vorgeschlagenen an, so wird man zu nicht uninteressanten Vergleichungspunkten gelangen. Wenn man nämlich bedenkt, daſs für unendlich kleine Massen in unendlich kleinen Entfernungen alle besondern Beziehungen nothwendig dasselbe Gewicht haben müssen, als für endliche Massen in endlicher Entfernung, so läſst sich nicht sogleich einsehen, wie die Methode des unsterblichen *Laplace*, der wir schon so viele wichtige Aufschlüsse über die Natur der Moleku-

larwirkungen verdanken, nach welcher die Elemente stets so behandelt werden, als wären sie in endliche Entfernungen zu einander gestellt, doch richtige Resultate liefern konnte; allein man wird bei näherer Prüfung finden, daſs sie im Grunde was anderes thut, als sie ausspricht. In der That da *Laplace,* wenn er die Aenderungen eines Elementes durch alle es umgebenden bestimmt, höhere Potenzen der Entfernung gegen niedrigere verschwinden läſst, so setzt er dadurch ganz im Sinne der Differenzialrechnung die Wirkungsweite selbst unendlich klein, nennt sie aber endlich und behandelt sie auch als solche, woraus man sogleich ersieht, daſs er allerdings das unendlich Kleine in unendlich kleiner Entfernung gleich einem Endlichen behandelt. Wenn man daher von der gröſsern Bestimmtheit und Anschaulichkeit, die unsere Darstellungsweise begleiten, absehen will, so lieſse sich nur in der Hinsicht, vielleicht mit einigem Grunde, etwas gegen die Behandlung von *Laplace* zu Gunsten der unsrigen erinnern, daſs sie nämlich auf die mögliche Besonderheit der *gegebenen* Körperelemente durchaus keine Rücksicht nimmt, sondern nur mit

gedachten Raumelementen sich beschäftigt, wodurch die physische Natur der Körper ſast ganz verloren geht. So lassen sich wohl, um den Sinn unserer Behauptung durch ein Beispiel zu erläutern, Körper in der Natur denken, die aus lauter gleichen Elementen bestehen, deren Stellung zu einander aber, in einer Richtung genommen, eine andere sein könnte, als in einer andern Richtung; solche Körper könnten dann, wie unsere Darstellungsweise sogleich zu erkennen gibt, nach der einen Richtung die Elektrizität auf eine andere Weise leiten, als nach der andern, während sie demungeachtet gleichartig und gleich dicht erscheinen könnten. In einem solchen Falle, wenn er vorkäme, müſste man nach *Laplace* zu Betrachtungen, die dem allgemeinen Gange fremd geblieben sind, seine Zuflucht nehmen. Umgekehrt gibt die Art, wie die Körper leiten, ein Mittel an die Hand, durch das wir befugt werden, auf ihren innern Bau zu schlieſsen, was wir, bei der fast gänzlichen Unbekanntschaft mit demselben, nicht von der Hand weisen wollen. Schlieſslich fügen wir noch hinzu, daſs diese unsere bisher entwickelte Ansicht der Molekularwir-

kungen die beiden von *Laplace* und von *Fourier,* in dessen Theorie der Wärme, aufgeſtellten in sich vereinigt und dadurch gleichsam beide mit einander aussöhnt.

8) Wir tragen nun kein Bedenken mehr, die elektrische Wirkung eines Körperelements nicht über die es zunächst umgebenden Elemente hinausreichen zu laſsen, so daſs also die Wirkung in jeder endlichen auch noch so kleinen Entfernung völlig verschwindet. Es dürfte zwar die so geringe Wirkungsweite bei der fast unendlichen Geschwindigkeit, womit die Elektrizität manche Körper durchströmt, bedenklich scheinen; allein wir haben bei ihrer Annahme nicht auſser Acht gelaſsen, daſs unsere Vergleichung in solchen Fällen nur durch einen sinnlich relativen Maaſsstab geschieht, der trüglich ist, und uns daher zur Abänderung eines so einfachen und in sich so abgeschloſsenen Gesetzes, so lange nicht berechtigt, bis die aus ihm gezogenen Folgerungen mit der Natur in Widerstreit gerathen, welches jedoch bei unserm Gegenstande der Fall nicht zu sein scheint.

Die so von uns festgesetzte Wirkungsweite

hat, obgleich sie unendlich klein ist, mit der von *Laplace* eingeführten, sogenannten endlichen, da wo er die höhern Potenzen der Entfernung gegen niedrigere verschwinden läſst, völlig einerlei Umfang, wovon sich der Grund aus dem bereits Gesagten leicht entnehmen läſst; die Annahme einer endlichen Wirkungsweite in unserm Sinne würde dem Falle entsprechen, wo *Laplace* höhere Potenzen der Entfernung gegen niedrigere noch beibehält.

9) Die Körper, an welchen wir die elektrischen Erscheinungen beobachten, sind in den meisten Fällen von Luft umgeben; es ist daher zu einer erschöpfenden Beurtheilung des ganzen Herganges erforderlich, daſs wir die Veränderungen, welche durch die angrenzende Luft veranlaſst werden können, nicht unberücksichtigt lassen. Nach den von *Coulomb* uns hinterlassenen Versuchen über die Zerstreuung der Elektrizität in die umgebende Luft ist der dadurch verursachte Verlust an Kraft, während einer sehr kurzen konstanten Zeit, wenigstens bei nicht sehr beträchtlichen Intensitäten, einerseits der Stärke der Elektrizität proportional, und andererseits von einem

nach der jedesmaligen Beſchaffenheit der Luft sich richtenden, übrigens für dieselbe Luft unveränderlichen Koeffizienten abhängig. Diese Erfahrung setzt uns in den Stand, den Einfluſs der Luft auf die galvanischen Erscheinungen, da,wo es nöthig sein sollte, in Rechnung zu bringen. Es ist jedoch hierbei nicht zu übersehen, daſs *Coulombs* Versuche an der ins Gleichgewicht gekommenen, nicht mehr im Erregungsprocesse begriffenen, Elektrizität gemacht worden sind, von der uns Beobachtungen sowohl, als die Rechnung gezeigt haben, daſs sie an die Oberfläche der Körper gebunden ist, oder doch nur auf eine unmerkliche Tiefe in das Innere der Körper eindringt; denn daraus läſst sich die für unsern Gegenstand nicht unwichtige Folgerung ziehen, daſs alle bei jenen Versuchen vorhandene Elektrizität an dem Ueberströmen in die Luft unmittelbaren Antheil genommen habe. Bringt man nun mit dieser Bemerkung das eben ausgesprochene Gesetz in Verbindung, nach welchem zwei in jeder endlichen Entfernung zu einander stehende Körperelemente keine unmittelbare Wirkung mehr auf einander äuſsern, so ist man zu

dem Schlusse berechtigt, daſs, wo die Elektrizität durch die ganze Masse eines endlichen Körpers sich gleichförmig oder doch so verbreitet, daſs sich nicht ein verhältniſsmäſsig sehr groſser Theil in der Nähe der Oberfläche aufhält, welcher Fall bei der in Bewegung gerathenen im Allgemeinen nicht eintritt, daſs also in diesem Falle der Verlust, welcher durch die umgebende Luft verursacht wird, nur äuſserst gering sein kann in Vergleich zu dem, welcher Statt findet, wenn die ganze Kraft, wie dieſs bei der ins Gleichgewicht gekommenen stets geschieht, zunächst an der Oberfläche sitzt; daher kommt es denn auch, daſs die Luft auf galvanische Erscheinungen an der geschlossenen Kette, wenn diese aus guten Leitern zusammengesetzt ist, keinen fühlbaren Einfluſs ausübt, so daſs die durch das Dasein der Luft hervorgebrachten Aenderungen in den Erscheinungen der Berührungselektrizität in solchen Fällen vernachlässigt werden können. Diese Folgerung erhält durch den Umstand noch eine neue Stütze, daſs in denselben Fällen die Kontaktelektrizität nur eine äuſserst geringe Zeit hindurch an den Leitern sich aufhält, und also schon deshalb

nur einen sehr geringen Theil an die Luſt abgeben würde, auch wenn sie durchaus in unmittelbarer Berührung mit ihr stände.

Obgleich durch das Gesagte auſser Zweifel gesetzt worden ist, daſs die Einwirkung der Luſt auf die Wirkungsgröſse der gewöhnlichen galvanischen Ketten keinen fühlbaren Einfluſs hat, so soll damit doch keineswegs die Umkehrung des Schlusses eingeräumt werden, daſs nämlich der galvanische Leiter auf die elektrische Beschaffenheit der Luft keinen merklichen Einfluſs ausübe; denn die elektroskopische Wirkung eines Körpers auf einen andern steht, wie die Rechnung lehrt, mit der Menge der Elektrizität, welche aus dem einen in den andern übergeführt wird, in keinem unmitttelbaren Zusammenhange.

10) Endlich kommen wir zu jenem für die gesammte Naturwissenschaft höchst wichtigen Erfahrungssatze, der die Grundlage aller Erscheinungen ausmacht, die wir mit dem Namen der galvanischen belegen, und der sich so aussprechen läſst: Verschiedenartige Körper, welche sich berühren, behaupten an der Berührungsstelle fortwährend einen und denselben Unterschied ihrer

elektroskopischen Kräfte, vermöge eines aus ihrem Wesen hervorgehenden Gegensatzes, den wir durch den Ausdruck *elektrische Spannung* oder *Differenz der Körper* zu bezeichnen pflegen. So ausgesprochen steht der Satz, ohne an Einfachheit zu verlieren, in einer Allgemeinheit da, die ihm angehört, weil man auf sie fast durch jede einzelne Erscheinung immer wieder hingewiesen wird. Auch wird obiger Satz in seiner ganzen Allgemeinheit bei der Erklärung der elektroskopischen Erscheinungen an *Volta's* Säule stets, wenn nicht ausdrücklich, doch stillschweigend, von allen Physikern angenommen. Nach unsern früher entwickelten Vorstellungen von der Art und Weise, wie Körperelemente auf einander wirken, müssen wir die Quelle dieser Erscheinung in den unmittelbar an einander stoſsenden Körperelementen aufſuchen, und also den Sprung in einer unendlich kleinen Ausdehnung von einem Körper zum andern geschehen lassen.

11) So ausgerüstet gehen wir nun zur Sache, und betrachten zunächst die Elektrizitätsbewegung an einem gleichartigen, zylindrischen oder

prismatischen Körper, in welchem alle Punkte in der ganzen Ausdehnung eines jeden senkrecht auf seine Achse gestellten Schnittes zu derselben Zeit einerlei elektroskopische Kraft besitzen, so daſs die Bewegung der Elektrizität nur in der Richtung seiner Achse geschehen kann. Denken wir uns diesen Körper durch lauter solche Schnitte in Scheiben von unendlich kleiner Dicke zerlegt, dergestalt, daſs in dem ganzen Umfange einer jeden Scheibe die elektroskopische Kraft sich nicht ändert, so ist offenbar für jedes Paar solcher Scheiben der in No. 6 gegebene Ausdruck (♂) zur Bestimmung der von der einen zur andern Scheibe übergehenden Elektrizitätsmenge anwendbar; aber durch die in der vorigen Nummer geschehene Beschränkung der Wirkungsweite auf nur unendlich kleine Entfernungen wird seine Natur dahin modifizirt, daſs er verschwindet, so wie der Divisor aufhört, unendlich klein zu sein.

Wählen wir nun einen der unendlich vielen Schnitte unabänderlich zum Anfang der Abscissen, und denken uns irgendwo einen zweiten, dessen Entfernung von jenem wir mit x bezeichnen, so stellt dx die Dicke der daselbst befindlichen

Scheibe, die wir durch M bezeichnen werden, vor. Denken wir uns diese Dicke der Scheiben an allen Stellen von gleicher Gröſse und nennen u die zur Zeit t in der Scheibe M, deren Abscisse x ist, befindliche elektroskopische Kraft, so daſs also u im Allgemeinen eine Funktion von t und x sein wird; stellen ferner u' und $u_{,}$ Funktionen vor, die aus der u sich ergeben, wenn in ihr beziehlich $x + dx$ und $x - dx$ für x gesetzt wird, so drücken u' und $u_{,}$ offenbar die elektroskopischen Kräfte der auf beiden Seiten der Scheibe M zunächst anliegenden Scheiben aus, wovon wir die zur Abscisse $x + dx$ gehörige durch M' und die zur Abscisse $x - dx$ gehörige durch $M_{,}$ bezeichnen werden, und es fällt in die Augen, daſs die Entfernung des Mittelpunktes einer jeden der Scheiben M' und $M_{,}$ von dem Mittelpunkte der Scheibe M dx ist. Es ist mithin in Folge des in No. 6 gegebenen Ausdruckes (♂), wenn $\varkappa$ das Leitungsvermögen von der Scheibe M' zur Scheibe M vorstellt,

$$\frac{\varkappa\,(u' - u)\,dt}{dx}$$

die Elektrizitätsmenge, welche während der Dauer

des Zeitelementes dt aus der Scheibe M' in die Scheibe M übergeht, oder von dieser in jene, je nachdem $u' - u$ positiv oder negativ ist. Eben so ist, wenn wir zwischen den Scheiben $M_,$ und M dasselbe Leitungsvermögen annehmen

$$\frac{\varkappa\,(u_, - u)\,dt}{dx}$$

die aus $M_,$ nach M übergehende Elektrizitätsmenge, wenn der Ausdruck positiv und die aus M nach $M_,$, wenn er negativ ist. Die gesammte Aenderung der Elektrizitätsmenge, welche die Scheibe M durch die Bewegung der Elektrizität im Innern des Körpers in dem Zeittheilchen dt erleidet, ist folglich

$$\frac{\varkappa\,(u' + u_, - 2u)\,dt}{dx},$$

und es wird eine Vermehrung der Elektrizitätsmenge ausgedrückt, wenn dieser Werth positiv ist, im Gegentheile eine Verminderung derselben.

Nun ist aber nach dem Taylorschen Satze

$$u' = u + \frac{du}{dx} \cdot dx + \frac{d^2u}{dx^2} \cdot \frac{dx^2}{2} + \ldots\ldots$$

und eben so

$$u_, = u - \frac{du}{dx} \cdot dx + \frac{d^2u}{dx^2} \cdot \frac{dx^2}{2} - \ldots\ldots$$

also

$$u' + u_{,} = 2u + \frac{d^2u}{dx^2}\,dx^2$$

Dieſemnach ändert ſich der eben gefundene Ausdruck für die geſammte Aenderung der in der Scheibe *M* befindlichen Elektrizitätsmenge während der Zeit *dt* um in

$$\varkappa \;.\; \frac{d^2u}{dx^2}\,dx\;dt,$$

wo $\varkappa$ das von einer Scheibe zu der nächſt anliegenden obwaltende Leitungsvermögen vorſtellt, welches wir auf die ganze Länge des homogenen Körpers als unveränderlich annehmen. Es iſt hierbei zu bemerken, daſs dieſer Werth $\varkappa$ wegen der unendlich kleinen Wirkungsweite dem Querſchnitte des zylindriſchen oder prismatiſchen Körpers proportional iſt; bezeichnen wir daher die Gröſse dieſes Querſchnittes mit ω, und ſondern dieſen Faktor von dem Werthe $\varkappa$ ab, den übrigen Theil noch immer $\varkappa$ nennend, ſo verwandelt ſich der vorige Ausdruck in

$$\varkappa\;\omega\;\frac{d^2u}{dx^2}\,dx\;dt,$$

wo das jetzige $\varkappa$ das Leitungsvermögen des Kör-

pers unabhängig von der Gröſse des Schnittes vorstellt, welches wir das *absolute* Leitungsvermögen des Körpers nennen wollen, im Gegensatze zum vorigen, welches das *relative* heiſsen kann. Wo von jetzt an das Wort Leitungsvermögen ohne nähere Bezeichnung vorkommt, ist immer das absolute darunter zu verstehen.

Bisher haben wir auf die Veränderung, welche die Scheibe durch die angrenzende Luft erleidet, keine Rücksicht genommen. Dieser Einfluſs läſst sich leicht so bestimmen. Stellt nämlich c den Umfang der Scheibe, die zur Abscisse x gehört, vor, so ist $c dx$ der Theil ihrer Oberfläche, welcher an die Luft angrenzt, mithin ist nach den in No. 9 angeführten Versuchen *Coulombs*

$$b\ c\ u\ dx\ dt$$

die Aenderung der Elektrizitätsmenge, welche die Scheibe M durch den Uebergang der Elektrizität in die Luft während des Zeitelementes dt erfährt, wo b einen von der jedesmaligen Beschaffenheit der Luft abhängigen, für dieselbe Luft aber konstanten Koeffizienten vorstellt. Sie drückt eine Verminderung aus, wenn u positiv, und eine

Vermehrung, wenn u negativ ist. Unserer ursprünglichen Voraussetzung zur Folge darf aber diese Wirkung keine Ungleichheit der elektroskopischen Kraft in einem und demselben Schnitte des Körpers nach sich ziehen, oder wenigstens muſs diese Ungleichheit so geringe sein, daſs daraus keine fühlbare Aenderung in den übrigen Gröſsenbestimmungen hervorgehet; ein Umstand, der in der galvanischen Kette fast immer vorausgesetzt werden kann.

Sonach ist die gesammte Aenderung, welche die Elektrizitätsmenge der Scheibe M in der Zeit dt erleidet

$$\varkappa\,\omega\,\frac{d^2u}{dx^2}\,dx\,.\,dt - bcu\,dx\,dt,$$

worin sowohl der Theil begriffen ist, welcher durch die Bewegung der Elektrizität im Innern des Körpers veranlaſst wird, als auch der, welchen die umgebende Luft bewirkt.

Es ist aber die in dem Zeittheilchen dt erfolgte gesammte Aenderung der in der Scheibe M befindlichen elektroskopischen Kraft u

$$\frac{du}{dt}\,dt,$$

mithin die gesammte Aenderung der Elektrizitätsmenge in der Scheibe *M* während der Zeit dt

$$\omega \frac{du}{dt} dx\, dt,$$

wobei indessen vorausgesetzt worden ist, daſs unter allen Umständen gleiche Aenderungen der elektroskopischen Kraft gleichen Aenderungen der Elektrizitätsmenge entsprechen. Wenn die Erfahrung lehrte, daſs verschiedene Körper von einerlei Ausdehnungsgröſse durch dieselbe Elektrizitätsmenge eine verschiedene Aenderung in ihrer elektroskopischen Kraft erleiden, so müſste zu vorigem Ausdrucke noch ein diese Eigenthümlichkeit der verschiedenen Körper messender Koeffizient γ gefügt werden. Die Erfahrung hat über diese aus dem Verhalten der Wärme zu den Körpern entlehnte Muthmaſsung noch nicht entschieden.

Setzt man nun die beiden kurz zuvor für die gesammte Aenderung der Elektrizitätsmenge in der Scheibe *M* während des Zeitelementes dt gefundenen Ausdrücke gleich und dividirt alle Glieder der Gleichung durch $\omega\, dx\, dt$, so erhält man

$$\gamma \frac{du}{dt} = \varkappa \frac{d^2 u}{dx^2} - \frac{bc}{\omega} u \qquad (a)$$

woraus die elektroskopische Kraft u als Funktion von x und t zu bestimmen ist.

12) Wir haben in voriger Nummer für die zwischen den Scheiben M' und M während der Zeit dt Statt ſindende Aenderung der Elektrizitätsmenge gefunden

$$\frac{\varkappa\,(u' - u)\,dt}{dx}$$

und gesehen, daſs die Richtung des Ueberganges dem Laufe der Abscissen entgegen ist, wenn der Ausdruck positiv, dagegen im Sinne der Abscissen läuft, wenn der Ausdruck negativ ist. Eben so ist die Gröſse des Ueberganges zwischen den Scheiben $M_{,}$ und M, wenn wir dieselbe Beziehung seiner Richtung beibehalten

$$\frac{\varkappa\,(u_{,} - u)\,dt}{dx}.$$

Setzen wir in diesen beiden Ausdrücken für u' und $u_{,}$ die in derselben Nummer gegebenen Umformungen und zugleich $\varkappa\omega$ für $\varkappa$, d. h. das absolute Leitungsvermögen statt des relativen, so erhalten wir in beiden Fällen

$$\varkappa\,\omega\,\frac{du}{dx}\,dt,$$

woraus hervorgeht, daſs dieselbe Elektrizitätsmenge, welche während des Zeitelementes dt von der einen Seite in die Scheibe M eingeht, in derselben Zeit wieder aus ihr nach der andern Seite hin fortgeschickt wird. Denken wir uns dieses zu der Zeit t in der zur Abscisse x gehörigen Scheibe M herrschende Fortrücken der Elektrizität in unveränderlicher Stärke auf die Zeiteinheit bezogen, nennen es den *elektrischen Strom,* und bezeichnen die Gröſse dieses Stromes mit S, so ist also

$$S = \varkappa\omega \frac{du}{dx} \qquad (b)$$

und dabei geben positive Werthe für S zu erkennen, daſs der Strom gegen die Richtung der Abscissen Statt findet, negative, daſs er im Sinne der Abscissen geschicht.

13) In den beiden vorhergehenden Nummern haben wir stets einen gleichartigen prismatischen Körper vor Augen gehabt, und in ihm die Verbreitung der Elektrizität unter der Voraussetzung untersucht, daſs in der ganzen Ausdehnung eines jeden senkrecht auf seiner Länge oder Achse gestellten Schnittes einerlei elektro-

skopische Kraft zu jeder beliebigen Zeit vorhanden sei. Nun wollen wir den Fall in Erwägung ziehen, wenn zwei so beschaffene prismatische Körper A und B von verschiedener Materie neben einander liegen und in einer gemeinschaftlichen Grundfläche an einander stoſsen. Setzen wir für beide Körper A und B denselben Abscissenanfang fest und bezeichnen durch u die elektroskopische Kraft des Körpers A, und durch u' die des Körpers B, so wird u sowohl als u' durch die Gleichung (a) in No. **11.** bestimmt, wenn nur $\varkappa$ jedesmal den Werth erhält, wie er der besondern Materie eines jeden Körpers entspricht; aber u stellt eine Funktion von t und x vor, die nur so lange Werthe hat, als die Abscisse x zu Stellen des Körpers A führt, u' dagegen stellt eine solche Funktion von t und x vor, die nur dann Werthe hat, wenn die Abscisse x dem Körper B entspricht. Es finden aber an der gemeinschaftlichen Grundfläche noch besondere Bedingungen Statt, die wir aus einander setzen wollen. Bezeichnen wir zu dem Ende die besondern Werthe von u und u', welche sie zunächst an der gemeinschaftlichen Grundfläche annehmen,

dadurch, daſs wir die allgemeinen in Klammern setzen, so findet nach dem in No. **10**. aufgestellten Gesetze zwischen diesen besondern Werthen folgende Gleichung statt:

$$(u) - (u') = a,$$

wo a eine von der Natur der beiden Körper abhängige übrigens konstante Gröſse vorstellt. Neben dieser Bedingung, welche die elektroskopische Kraft angeht, gibt es noch eine zweite, die sich auf den elektrischen Strom bezieht. Sie besteht darin, daſs der elektrische Strom zunächst an der gemeinschaftlichen Grundfläche in beiden Körpern gleiche Gröſse und gleiche Richtung haben müsse, oder daſs, wenn man den gemeinschaftlichen Faktor ω beibehält,

$$\varkappa\, \omega \left(\frac{du}{dx}\right) = \varkappa'\, \omega \left(\frac{du'}{dx}\right)$$

sein müsse, wo $\varkappa$ das absolute Leitungsvermögen des Körpers A, $\varkappa'$ das des Körpers B bezeichnet und $\left(\frac{du}{dx}\right)$, $\left(\frac{du'}{dx}\right)$ die besondern Werthe von $\frac{du}{dx}$, $\frac{du'}{dx}$ vorstellen, welche ihnen zunächst an der gemeinschaftlichen Grundfläche zukommen, und zudem vorausgesetzt wird, daſs in dieser ge-

meinschaftlichen Grundfläche nicht der Anfang der Abscissen genommen sei. Die Nothwendigkeit dieser letzten Gleichung läſst sich leicht einsehen; denn wären die beiden Ströme an der gemeinschaftlichen Grundfläche nicht gleich groſs, sondern würde aus dem einen Körper dieser Grundfläche mehr zugeführt, als durch den andern Körper von ihr abgeführt wird, und wäre dieser Unterschied ein endlicher Theil des ganzen Stromes, so müſste die elektroskopische Kraft daselbst anwachsen, und zwar bei der ungemeinen Ergiebigkeit des elektrischen Stromes in der kürzesten Zeit zu einem äuſserst hohen Grade gelangen, was die Erfahrung längst angezeigt hätte. Auch kann nicht etwa aus dem einen Körper an die gemeinschaftliche Grundfläche eine geringere Menge Elektrizität abgegeben werden, als ihr durch den andern Körper genommen wird, weil dieser Umstand durch einen unendlich hohen Grad von negativer Elektrizität sich zu erkennen geben müſste.

Es ist zur Gültigkeit der vorhergehenden Bestimmungen nicht gerade zu erforderlich, daſs beide an einander stoſsende Körper einerlei

Grundfläche haben; es kann wohl der Querſchnitt in dem einen prismatiſchen Körper von andrer Gröſse und Geſtalt ſein als im andern, wenn nur dadurch die elektroſkopiſche Kraft an verſchiedenen Stellen eines und deſſelben Querſchnittes nicht merklich verſchieden wird, welches bei der groſsen Heftigkeit, womit die Elektrizität ſich auszugleichen ſtrebt, ſtets der Fall ſein wird, da wo die Körper gute Leiter ſind, deren Länge ihre übrigen Dimenſionen bei weitem übertrifft. Es bleibt dann in dieſem Falle alles noch wie vorhin, nur muſs überall der Querſchnitt des Körpers *B* von dem des Körpers *A* unterſchieden werden, daher ändert ſich die zweite Bedingungsgleichung für die Stelle, wo beide Körper au einander ſtoſsen, in folgende um:

$$\varkappa\,\omega\left(\frac{du}{dx}\right)=\varkappa'\,\omega'\left(\frac{du'}{dx}\right),$$

wo ω noch immer den Querſchnitt des Körpers *A*, ω' aber den des Körpers *B* vorſtellt, der jetzt von dem vorigen verſchieden iſt.

Es können ſogar in der Verlängerung des Körpers *A* zwei von einander getrennte prismatiſche Körper *B* und *C* ſich befinden, die beide

an der einen Grundfläche des Körpers A unmittelbar anliegen. Bezeichnet dabei $\varkappa'$, ω', u' für den Körper B und $\varkappa''$, ω'', u'' für den Körper C was $\varkappa$, ω, u für den Körper A sind, so erhält man statt der einen Bedingungsgleichung folgende zwei

$$(u) - (u') = a$$
$$(u) - (u'') = a',$$

wo a die elektrische Spannung zwischen den Körpern A und B und a' die zwischen den Körpern A und C vorstellt. Eben so erhält man statt der zweiten Bedingungsgleichung nun folgende:

$$\varkappa\,\omega\left(\frac{du}{dx}\right) = \varkappa'\,\omega'\left(\frac{du'}{dx}\right) + \varkappa''\,\omega''\left(\frac{du''}{dx}\right).$$

Man sieht sogleich ein, wie diese Gleichungen sich ändern müssen, wenn noch mehr Körper mit einander in Verbindung gebracht werden. Wir gehen auf diese Verwickelungen nicht weiter ein, da das bisher Gesagte hinreichend ist, die Aenderungen, welche in einem solchen Falle mit den Gleichungen vorgenommen werden müssen, hinlänglich übersehen zu lassen.

14) Um Miſsverständnissen auszuweichen,

will ich hier am Schlusse der allgemeinen Betrachtungen den Kreis der Anwendung, innerhalb welchem unsere Formeln allgemeine Gültigkeit haben, noch einmal scharf bezeichnen. Unsere ganze Untersuchung ist nämlich auf den Fall beschränkt, wo alle Theile eines und desselben Querschnittes einerlei elektroskopische Kraft besitzen, und die Gröſse des Querschnittes wenigstens nur von dem einen Körper zum andern sich ändert. Die Natur der Sache führt indessen häufig Umstände herbei, die eine oder die andere dieser Bedingungen überflüssig machen, oder doch wenigstens ihre Wichtigkeit mindern. Da die Kenntniſs solcher Umstände nicht ohne Nutzen ist, so will ich die hauptsächlichsten derselben hier noch in einem Beispiele erläutern.

Eine Kette aus Kupfer, Zink und einer wässerigen Flüssigkeit wird sich ganz an obige Formeln anschlieſsen, wenn Kupfer und Zink prismatisch und von gleichem Querschnitte sind, wenn ferner die Flüssigkeit ebenfalls prismatisch und von demselben oder auch wohl kleinerm Querschnitte ist und ihre Grundflächen überall von den Metallen berührt werden. Ja wenn nur

diese letztern Bedingungen an der Flüssigkeit erfüllt sind, dann mögen die Metalle unter sich gleichen Querschnitt haben oder nicht, und mit ihren vollen Querschnitten oder nur an einzelnen Stellen derselben sich einander berühren, und sogar ihre Form kann von der prismatischen bedeutend abweichen, immer wird doch die Kette den aus unsern Formeln abgeleiteten Gesetzen gehorchen müssen; denn die in den Metallen mit so groſser Leichtigkeit erfolgende Bewegung der Elektrizität wird durch die nichtleitende Eigenschaft der Flüssigkeit in so überaus groſsem Maaſse gehemmt, daſs sie Zeit genug gewinnt, über die Metalle sich durchaus in gleicher Stärke zu verbreiten, und so in der Flüssigkeit die unserer Rechnung zu Grunde liegenden Bedingungen wieder herzustellen. Ganz anders aber verhält sich die Sache, wenn die prismatische Flüssigkeit nur in unverhältniſsmäſsig kleinen Theilen ihrer Grundflächen von den Metallen berührt wird, weil die dort anlangende Elektrizität nur langsam und mit bedeutendem Kraftverluste sich an die nicht berührten Stellen der Grundflächen in der Flüssigkeit hinziehen kann, woraus Strö-

mungen von gar mannigfaltiger Art und Richtung hervorgehen. Die Realität solcher Strömungen ist durch *Pohls* vielfach abgeänderte Versuche hinreichend nachgewiesen und ihrer Bestimmung durch die Rechnung steht von jetzt an, nach den Bereicherungen, welche die Mathematik durch die folgenreichen Bemühungen um die Wärmelehre erhalten hat, nichts mehr als die Verwickelung der Ausdrücke in dem Wege. Da jene Bestimmung die Grenzen dieser kleinen Schrift, welche den Strom nur in einer Dimension verfolgt, bei weitem übersteigt, so verschieben wir sie auf eine gelegenere Zeit.

Wir gehen nun zur Anwendung der aufgestellten Formeln über und theilen der leichtern Uebersicht halber das Ganze in zwei Abschnitte, wovon der eine von den elektroskopischen Erscheinungen und der andere von den Erscheinungen des elektrischen Stromes handeln wird.

B) *Elektroskopische Erscheinungen.*

15) In unsern vorangegangenen allgemeinen Bestimmungen haben wir stets prismatische Körper vor Augen gehabt, deren Achse, auf welcher die Abscissen genommen worden sind, eine gerade Linie bildete. Es bleiben aber alle dortigen Betrachtungen noch ganz dieselben, wenn man sich den Leiter irgend wie stetig gekrümmt vorstellt und die Abscissen immer noch auf der nun gebogenen Achse des Leiters nimmt. Durch diese Bemerkung erhalten obige Formeln erst ihre volle Anwendbarkeit, weil galvanische Ketten ihrer Natur nach nur selten in gerader Linie ausgestreckt sein können. Dieses vorausgeschickt gehen wir nun gleich zu dem einfachsten Falle über, wo der prismatische Leiter seiner ganzen Länge nach aus derselben Materie gebildet und in sich selbst zurück gebogen ist und denken uns da, wo seine beiden Enden sich einander berühren, den Sitz der elektrischen Spannung. Obgleich diesem gedachten Falle kein ähnlicher in der Natur entspricht, so wird er uns demungeachtet bei

der Behandlung der übrigen, in der Wirklichkeit vorhandenen Fälle von nicht geringem Nutzen sein.

Die elektroskopische Kraft an jeder beliebigen Stelle eines solchen prismatischen Körpers läſst sich aus der in No. 11. gefundenen Differenzialgleichung (a) herleiten. Man hat zu dem Ende nichts weiter zu thun, als sie zu integriren und die in das Integral eingehenden willkührlichen Funktionen oder Konstanten den übrigen Bedingungen der Aufgabe gemäſs zu bestimmen. Dieses Geschäft wird aber bei unserm Gegenstande meistens dadurch sehr erleichtert, daſs ein oder gar zwei Glieder der Natur der Sache nach aus der Gleichung (a) wegfallen. So sind fast alle galvanischen Wirkungen der Art, daſs die Erscheinungen gleich nach ihrer Entstehung bleibend und unveränderlich sind. In diesem Falle ist daher die elektroskopische Kraft von der Zeit unabhängig, deshalb geht die Gleichung (a) in folgende über:

$$o = \varkappa \frac{d^2 u}{dx^2} - \frac{bc}{\omega} u \, .$$

Ferner hat, worauf wir schon in No. 9. auf-

merksam gemacht haben, in den meisten Fällen die umgebende Luft keinen Einfluſs auf die elektrische Beschaffenheit der galvanischen Kette; dann ist $b = o$, wodurch die letzte Gleichung umgeändert wird in diese:

$$o = \frac{d^2 u}{dx^2}.$$

Das Integral dieser letzten Gleichung ist aber

$$u = fx + c, \qquad (c)$$

wo f und c beliebige noch zu bestimmende Konstanten vorstellen. Die Gleichung (c) drückt mithin das Gesetz der elektrischen Vertheilung in einem homogenen, prismatischen Leiter in allen solchen Fällen aus, wo die Ableitung der Luft unmerklich ist und die Wirkung mit der Zeit sich nicht mehr ändert. Bei diesen in der Wirklichkeit am häufigsten die galvanische Kette begleitenden Umständen werden wir eben deshalb am längsten verweilen.

Zur Bestimmung der einen Konstante gelangen wir durch die an den Enden des Leiters hervortretende Spannung, welche unveränderlich und in jedem Falle als gegeben anzusehen ist. Denken wir uns nämlich den Anfang der Abscissen

irgendwo in der Achse des Körpers und bezeichnen die zu seinem einen Ende gehörige Abscisse durch x_1 so ist die dort befindliche elektroskopische Kraft in Gemäſsheit der Gleichung (c)

$$fx_1 + c;$$

eben so erhalten wir für die elektroskopische Kraft des andern Endes, wenn wir durch x_2 seine Abscisse bezeichnen,

$$fx_2 + c.$$

Nennen wir nun die an diesen Enden gegebene Spannung oder Differenz der elektroskopischen Kraft a, so ist also

$$a = \pm f(x_1 - x_2).$$

Es stellt aber $x_1 - x_2$ offenbar die ganze, positive oder negative, Länge des prismatischen Leiters vor, bezeichnen wir diese mit l, so wird demnach

$$a = \pm fl,$$

woraus sich die Konstante f bestimmen läſst. Setzt man den so gefundenen Werth dieser Konstante in die Gleichung (c), so verwandelt sich diese in folgende:

$$u = \pm \frac{a}{l} x + c,$$

so daſs nur noch die Konstante c zu bestimmen übrig bleibt. Die Zweideutigkeit dieses Zeichens $\pm$ können wir in die Spannung a legen, dadurch daſs wir ihr einen positiven Werth zuschreiben, wenn das Ende des Leiters, welches zur gröſsern Abscisse gehört, die gröſsere elektroskopische Kraft besitzt; im Gegentheile legen wir ihr einen negativen Werth bei. Unter dieser Voraussetzung ist nun allgemein

$$u = \frac{a}{l} x + c. \qquad (d)$$

Die Konstante c bleibt im Allgemeinen völlig unbestimmt, wodurch man es in seine Gewalt bekommt, die Vertheilung der Elektrizität in dem Leiter durch äuſsere Einflüsse nach Gefallen auf eine den ganzen Leiter überall gleichmäſsig in Anspruch nehmende Weise sich abändern zu lassen.

Unter den mancherlei in Betreff dieser Konstante zu nehmenden Berücksichtigungen ist für die galvanische Kette eine von besonderer Wichtigkeit; ich meine die, welche voraussetzt, daſs die Kette an irgend einer Stelle mit einem vollkommenen Ableiter in Verbindung gebracht wird

so daſs die elektroskopische Kraft an dieser Stelle fortwährend als vernichtet anzusehen ist, Nennt man die zu dieser Stelle gehörige Abscisse λ, so ist gemäſs der Gleichung (*d*)

$$o = \frac{a}{l} \lambda + c.$$

Bestimmt man hieraus die Konstante *c* und setzt ihren Werth in dieselbe Gleichung (*d*), so erhält man

$$u = \frac{a}{l} (x - \lambda),$$

woraus sich die elektroskopische Kraft einer galvanischen Kette von der Länge *l* und der Spannung *a*, die an irgend einer gegebenen Stelle, deren Abscisse λ ist, ableitend berührt wird, für jede andere Stelle finden läſst.

Wenn statt der bleibenden Ableitung nach auſsen irgend eine konstante und vollkommene Zuleitung von auſsen der galvanischen Kette gegeben würde, so daſs die zur Abscisse λ gehörige elektroskopische Kraft beständig fort eine gegebene Stärke, die wir mit *α* bezeichnen wollen, anzunehmen gezwungen würde, so erhielte man zur Bestimmung der Konstante *c* die Gleichung:

$$\alpha = \frac{a}{l} \lambda + c,$$

und nun zur Bestimmung der elektroskopischen Kraft der Kette an jeder andern Stelle folgende:

$$u = \frac{a}{l} (x - \lambda) + \alpha.$$

Wir haben gesehen, wie sich die Konstante *c* bestimmen läſst, wenn die elektroskopische Kraft irgend einer Stelle der Kette durch äuſsere Umstände angezeigt wird; nun wirft sich aber die Frage auf, welchen Werth man der Konstante zu geben habe, wenn die Kette sich selber gänzlich überlassen bleibt und daher dieser Werth aus äuſsern Umständen sich nicht entnehmen läſst. Die Beantwortung dieser Frage liegt in der Erwägung, daſs jedesmal beide Elektrizitäten zugleich und in gleicher Menge aus einem zuvor indifferenten Zustande hervorgehen. Es läſst sich daher behaupten, daſs eine einfache Kette von der jetzigen Art, die in einem vollkommen neutralen und isolirten Zustande sich bildet, diesseit und jenseit der Berührungsstelle einen gleichen, aber entgegengesetzten, elektrischen Zustand annehmen werde, woraus dann von

selbst folgt, daſs ihre Mitte indifferent sein werde. Aus demselben Grunde läſst sich aber auch einsehen, daſs, wenn die Kette im Augenblicke ihrer Bildung irgend wodurch veranlaſst wird, von diesem ihrem normalen Zustande abzuweichen, so wird sie den abnormalen behalten, so lange, bis sie durch fremde Kräfte neuerdings zu einer Aenderung gestimmt wird.

Die Eigenschaften einer einfachen galvanischen Kette, wie wir sie uns bisher gedacht haben, bestehen demnach wesentlich in folgenden, wie aus der Gleichung (*d*) unmittelbar erhellet:

a) Die elektroskopische Kraft einer solchen Kette ändert sich der ganzen Länge des Leiters nach stetig und auf gleiche Strecken stets um gleich viel; nur da wo seine beiden Enden sich einander berühren, ändert sie sich plötzlich und zwar vom einen Ende zum andern um die ganze Spannung.

b) Wenn irgend eine Stelle der Kette durch welche Ursachen immer veranlaſst wird, ihren elektrischen Zustand zu ändern, so ändern zu gleicher Zeit alle übrigen Stellen

der Kette den ihrigen und zwar um dieselbe Gröſse.

16) Wir stellen uns nun eine aus zwei Theilen P und P' zusammengesetzte galvanische Kette vor, an deren beiden Berührungsstellen eine verschiedene elektrische Spannung herrscht, welcher Fall die Thermokette in sich begreift. Nennen wir u die elektroskopische Kraft des Theiles P, und u' die des Theiles P', so ist nach der vorigen Nummer, indem hier der dortige Fall sich zweimal wiederholt, in Folge der Gleichung (c)

$$u = fx + c$$

für den Theil P, und

$$u' = f'x + c'$$

für den Theil P', wo f, c, f', c' beliebige aus den besondern Umständen unserer Aufgabe herzuleitende konstante Gröſsen sind, und jede Gleichung nur so lange gültig ist, als sich die Abscissen auf den Theil, zu welchem die Gleichungen gehören, beziehen. Legen wir nun den Anfang der Abscissen an eine der Berührungsstellen in den Theil P und nehmen die Richtung der Abscissen in diesen Theil P hineinlaufend an; be-

zeichnen wir ferner durch l die Länge des Theiles P und durch l' die des Theiles P'; stellen endlich u'_2 und u_1 die Werthe von u und u' an der Berührungsstelle, wo $x = o$ ist, vor und u_2 und u_1' die Werthe von u und u' an der Berührungsstelle, wo $x = l$ ist, so hat man

$$u'_2 = f'(l + l') + c' \qquad u_1 = c$$
$$u_2 = fl + c \qquad u'_1 = f'l + c'.$$

Nennen wir nun a die Spannung, welche an der Berührungsstelle, wo $x = o$ ist, Statt findet, und a' die, welche der Berührungsstelle, wo $x = l$ ist angehört, und setzen wir ein für allemal der Gleichförmigkeit halber fest, daſs die Spannung an jeder einzelnen Berührungsstelle immer den Werth ausdrückt, welchen man erhält, wenn man von der elektroskopischen Kraft desjenigen zu der fraglichen Stelle gehörigen Endes, auf welches die Abscisse, bevor der Sprung geschieht, zuerst stöſst, die elektroskopische Kraft des andern Endes abzieht — (es ist nicht schwer, einzusehen, daſs in dieser allgemeinen Regel die in der vorigen Nummer aufgestellte enthalten ist, und daſs sie im Grunde nichts anders ausspricht, als daſs die Spannungen solcher Berührungsstellen

als positive anzusehen seien, bei deren Ueberspringung in der Richtung der Abscissen man von der gröſsern auf die kleinere elektroskopische Kraft stöſst, im umgekehrten Falle als negative, wobei jedoch nicht zu übersehen ist, daſs jede positive Kraft gröſser als jede negative und die negativ gröſsere als die wirklich kleinere zu nehmen sei), so erhält man

$$a = f'(l + l') + c' - c$$

und

$$a' = fl - f'l + c - c',$$

woraus sich sogleich ergibt

$$a + a' = fl + f'l'.$$

Nun findet aber an jeder der Berührungsstellen, wenn $\varkappa$ und ω das Leitungsvermögen und den Querschnitt des Theiles P und $\varkappa'$ und ω' dasselbe für den Theil P' vorstellen, den in No. 13. entwickelten Betrachtungen gemäſs, die Bedingungsgleichung

$$\varkappa\ \omega \left(\frac{du}{dx}\right) = \varkappa'\ \omega' . \left(\frac{du'}{dx}\right)$$

Statt, wo $\left(\frac{du}{dx}\right)$ und $\left(\frac{du'}{dx}\right)$ die an der Berührungstelle vorhandenen Werthe von $\frac{du}{dx}$ und

$\frac{du'}{dx}$ bezeichnen. Aus den im Anfange dieser Nummer zur Bestimmung der elektroskopischen Kraft in jedem einzelnen Theile der Kette aufgestellten Gleichungen erhält man aber für jeden zu gestattenden Werth von x

$$\frac{du}{dx} = f \quad \text{und} \quad \frac{du'}{dx} = f',$$

wonach sich vorliegende Bedingungsgleichung in folgende verwandelt

$$\varkappa\,\omega\,f = \varkappa'\,\omega'\,f'.$$

Aus dieser und der eben aus den Spannungen hergeleiteten Gleichung $a + a' = f\,l + f'\,l'$ findet man nun die Werthe f und f' so:

$$f = \frac{(a + a')\,\varkappa'\,\omega'}{\varkappa'\,\omega'\,l + \varkappa\,\omega\,l'}$$

$$f' = \frac{(a + a')\,\varkappa\,\omega}{\varkappa'\,\omega'\,l + \varkappa\,\omega\,l'}$$

und mit Hülfe dieser Werthe findet man:

$$c' = c - a' + \frac{(a + a')\,(\varkappa'\,\omega'\,l - \varkappa\,\omega\,l)}{\varkappa'\,\omega'\,l + \varkappa\,\omega\,l'}.$$

Hieraus nun folgt zur Bestimmung der elektroskopischen Kraft der Kette in dem Theile P die Gleichung

$$u = \frac{(a+a')\,\varkappa'\,\omega'\,x}{\varkappa'\,\omega'\,l + \varkappa\,\omega\,l'} + c$$

und in dem Theile P' die Gleichung

$$u' = \frac{(a+a')\,(\varkappa\,\omega\,x - \varkappa\,\omega\,l + \varkappa'\,\omega'\,l)}{\varkappa'\,\omega'\,l + \varkappa\,\omega\,l'} - a' + c.$$

Setzt man λ und λ' statt $\frac{l}{\varkappa\ \omega}$ und $\frac{l'}{\varkappa'\,\omega'}$, so kann man diesen Gleichungen folgende einfachere Gestalt geben:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{a+a'}{\lambda+\lambda'}\cdot\frac{x}{\varkappa\,\omega} + c \\ u' &= \frac{a+a'}{\lambda+\lambda'}\left(\frac{x-l}{\varkappa'\ \omega'} + \frac{l}{\varkappa\,\omega}\right) - a' + c \end{aligned}\right\}(L).$$

Aus der Form dieser Gleichungen läſst sich sogleich einsehen, daſs, wenn die Leitungsfähigkeit oder die Gröſse des Querschnittes in beiden Theilen dieselbe ist, dadurch die Ausdrücke für u und u' keine andere Aenderung erleiden, als daſs der Buchstab, welcher die Leitungsfähigkeit oder den Querschnitt vorstellt, ganz verschwindet.

17) Wir wollen nun noch eine galvanische Kette betrachten, welche aus 3 verschiedenen Theilen P, P' und P'', zusammengesetzt ist, welcher Fall die Hydrokette in sich enthält

Bezeichnen wir durch u, u', u'' respektive

die elektroskopischen Kräfte der Theile P, P', P'', so ist nach No. 15., indem der dortige Fall hier sich dreimal wiederholt, in Folge der daselbst gefundenen Gleichung (c) in Bezug auf den Theil P

$$u = fx + c$$

in Bezug auf den Theil P'

$$u' = f'x + c'$$

und in Bezug auf den Theil P''

$$u'' = f''x + c'',$$

wo f, f', f'', c, c', c'' beliebige aus der Natur unserer Aufgabe noch zu bestimmende konstante Gröſsen vorstellen, und jede Gleichung nur so lange Bedeutung hat, als sich die Abscissen auf den Theil, zu welchem die Gleichungen gehören, beziehen. Legen wir nun den Anfang der Abscissen in dasjenige Ende des Theiles P, welches mit dem Theile P$''$ zusammen hängt, und wählen die Richtung der Abscissen so, daſs sie aus dem Theile P in den Theil P' und von da in den Theil P'' führen; bezeichnen wir ferner respektive durch l, l', l'' die Längen der Theile P, P', P''; stellen endlich u''_2 und u_1 die Werthe von u'' und u an der Berührungsstelle, wo

$x = o$ ist, vor, u_2 und $u'_{,}$ die Werthe von u und u' an der Berührungsstelle, wo $x = l$ ist, und u'_2 und u''_1 die Werthe von u' und u'' an der Berührungsstelle, wo $x = l + l'$ ist so hat man

$$u''_2 = f''(l + l' + l'') + c'' \qquad u_1 = c$$
$$u_2 = fl + c \qquad u'_1 = f'l + c'$$
$$u'_2 = f'(l + l') + c' \qquad u''_1 = f''(l + l') + c''.$$

Nennen wir nun a die Spannung, welche an der Berührungsstelle, wo $x = o$ ist, Statt findet, a' die Spannung an der Berührungsstelle, wo $x = l$ ist, und a'' die Spannung an der Berührungsstelle, wo $x = l + l'$ ist, so erhalten wir, wenn wir die in voriger Nummer aufgestellte allgemeine Regel gehörig beobachten,

$$a = f''(l + l' + l'') + c'' - c$$
$$a' = fl - f'l + c - c'$$
$$a'' = f'(l + l') - f''(l + l') + c' - c''$$

und hieraus

$$a + a' + a'' = fl + f'l' + f''l''.$$

Nun findet aber, wenn $\varkappa$ und ω das Leitungsvermögen und den Querschnitt für den Theil P, $\varkappa'$ und ω' dasselbe für den Theil P' und $\varkappa''$ und ω'' für den Theil P'' vorstellen, an den einzelnen Berührungsstellen, in Folge der in

No. 13. entwickelten Betrachtungen, nachstehende Bedingungsgleichungen Statt:

$$\varkappa\ \omega\left(\frac{du}{dx}\right)=\varkappa'\ \omega'\left(\frac{du'}{dx}\right)=\varkappa''\ \omega''\left(\frac{du''}{dx}\right),$$

wo $\left(\frac{du}{dx}\right)$, $\left(\frac{du'}{dx}\right)$, $\left(\frac{du''}{dx}\right)$ die besondern Werthe von $\frac{du}{dx}$, $\frac{du'}{dx}$, $\frac{du''}{dx}$ vorstellen, welche den Berührungsstellen angehören. Aus den im Anfange dieser Nummer zur Bestimmung der elektroskopischen Kraft in den einzelnen Theilen der Kette aufgestellten Gleichungen erhält man aber für jeden zu gestattenden Werth von x

$$\frac{du}{dx}=f, \qquad \frac{du'}{dx}=f', \qquad \frac{du''}{dx}=f'',$$

wonach sich vorstehende Bedingungsgleichungen in nachfolgende verwandeln:

$$\varkappa\ \omega\, f=\varkappa'\omega' f'=\varkappa''\omega'' f''.$$

Aus diesen und der eben aus den Spannungen hergeleiteten Gleichung zwischen f, f' uud f'' findet man nun, wenn man λ, λ', λ'' für $\frac{l}{\varkappa\ \omega}$, $\frac{l'}{\varkappa'\omega'}$, $\frac{l''}{\varkappa''\omega''}$ beziehlich setzt,

$$f=\frac{a+a'+a''}{\lambda+\lambda'+\lambda''}\cdot\frac{1}{\varkappa\omega}$$

$$f' = \frac{a+a'+a''}{\lambda+\lambda'+\lambda''} \cdot \frac{l}{\varkappa'\omega'}$$

$$f'' = \frac{a+a'+a''}{\lambda+\lambda'+\lambda''} \cdot \frac{l}{\varkappa''\omega''}$$

und mit Zuziehung dieser Werthe findet man ferner:

$$c' = \frac{a+a'+a''}{\lambda+\lambda'+\lambda''}\left(\frac{l}{\varkappa\omega} - \frac{l}{\varkappa'\omega'}\right) - a' + c$$

$$c'' = \frac{a+a'+a''}{\lambda+\lambda'+\lambda''} \cdot \left(\frac{l'}{\varkappa'\omega'} - \frac{l+l'}{\varkappa''\omega''} + \frac{l}{\varkappa\omega}\right) - (a'+a'') + c.$$

Durch Substitution dieser Werthe erhält man zur Bestimmung der elektroskopischen Kraft der Kette in den Theilen P, P', P'' beziehlich folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{a+a'+a''}{\lambda+\lambda'+\lambda''} \cdot \frac{x}{\varkappa\omega} + c \\ u' &= \frac{a+a'+a''}{\lambda'+\lambda'+\lambda''} \cdot \left(\frac{x-l}{\varkappa'\omega'} + \frac{l}{\varkappa\omega}\right) - a' + c \\ u'' &= \frac{a+a'+a''}{\lambda+\lambda'+\lambda''} \cdot \left(\frac{x-(l+l')}{\varkappa''\omega''} + \frac{l'}{\varkappa'\omega'} + \frac{l}{\varkappa\omega}\right) - (a'+a'') + c \end{aligned}\right\} (L').$$

und es hält nicht schwer, sich zu überzeugen, daſs dieselben Gleichungen mit Weglassung des Buchstabens $\varkappa$ oder ω (sowohl da, wo sie offen stehen, als auch in den Ausdrücken für λ, λ', λ'') die wahren seien, im Falle $\varkappa = \varkappa' = \varkappa''$ oder $\omega = \omega' = \omega''$ ist.

18) Diese wenigen Fälle sind hinreichend,

das Fortschreitungsgesetz der für die elektroskopische Kraft gefundenen Formeln zu erkennen, und sie alle in einem einzigen allgemeinen Ausdrucke zusammen zu fassen. Um dieses mit der zur leichtern Uebersicht erforderlichen Kürze thun zu können, wollen wir den Quotienten, gebildet aus der Länge irgend eines homogenen Theils der Kette und aus dem Produkte des ihm angehörigen Leitungsvermögens und Querschnittes, die *reduzirte Länge* dieses Theils nennen; und handelt es sich um die ganze Kette, oder einen solchen Theil derselben, der selbst wieder eine Zusammensetzung aus verschiedenen homogenen Theilen ist, so verstehen wir unter seiner reduzirten Länge die Summe der reduzirten Längen aller seiner Theile. Nachdem wir dieses vorausgeschickt haben, lassen sich nun alle frühern für die elektroskopische Kraft gefundenen Ausdrücke, welche durch die Gleichungen (L) und (L′) gegeben werden, in folgendem allgemeinen Satze zusammen fassen, der gültig ist, die Kette mag aus so viel Theilen bestehen, als man nur immer will.

Die elektroskopische Kraft irgend eines Punk-

tes einer aus beliebig viel Theilen zusammen gesetzten galvanischen Kette wird gefunden, wenn man die Summe aller ihrer Spannungen mit ihrer reduzirten Länge dividirt, diesen Qnotienten mit der reduzirten Länge des Theiles der Kette, den die Abscisse umfaſst, multiplizirt und von diesem Produkte die Summe aller Spannungen, welche die Abscisse überspringt, abzieht, endlich den so erhaltenen Werth um eine konstante anders woher zu bestimmende Gröſse abändert.

Bezeichnen wir also durch A die Summe aller Spannungen der Kette, durch L ihre ganze reduzirte Länge, durch y die reduzirte Länge des Theiles, den die Abscisse durchläuft, und durch O die Summe aller von der Abscisse übersprungenen Spannungen, endlich durch u die elektroskopische Kraft irgend eines Punktes in jedem beliebigen Theile der Kette, so ist

$$u = \frac{A}{L} y - O + c,$$

wo c eine noch unbestimmte, aber konstante, Gröſse vorstellt.

Dieser so umgestaltete höchst einfache Ausdruck für die elektroskopische Kraft einer jeden

Kette gestattet uns, in der Folge Allgemeinheit und Kürze mit einander zu paaren, zu welchem Ende wir noch ausserdem y mit dem Namen der *reduzirten Abscisse* belegen wollen. Es gewährt diese Gestalt der Gleichung noch den besondern Vortheil, daſs sie ohne weiteres auch dann noch brauchbar bleibt, wenn in irgend einem Theile der Kette die Spannungen und Leitungsfähigkeiten sich stetig änderten; denn in diesem Falle hätte man blos statt der Summen die entsprechenden Integrale zu nehmen und deren Grenzen so zu bestimmen, wie es die Natur des Ausdruckes verlangt.

Da O innerhalb der ganzen Ausdehnung eines und desselben homogenen Theils der Kette seinen Werth nicht ändert, und y auf gleiche Strecken dieser Ausdehnung sich stets um gleich viel ändert, so finden offenbar für jede galvanische Kette folgende bereits an der einfachen Kette in geringerer Allgemeinheit nachgewiesene Eigenschaften Statt, worin sich der Hauptcharakter galvanischer Ketten ausspricht:

a) Die elektrische Kraft eines jeden homogenen Theils der Kette ändert sich seiner ganzen

Länge nach stetig und auf gleiche Strecken stets um gleich viel; aber da, wo er aufhört und ein anderer anfängt, ändert sie sich plötzlich um die ganze, an der Stelle befindliche Spannung.

b) Wenn irgend eine Stelle der Kette, durch welche Ursachen immer veranlaſst wird, ihren elektrischen Zustand zu ändern, so ändern zu gleicher Zeit alle übrigen Stellen der Kette den ihrigen, und zwar um dieselbe Gröſse.

Die Konstante c wird in der Regel dadurch bestimmt, daſs man die elektroskopische Kraft an irgend einer Stelle der Kette kennt. Bezeichnet nämlich u' die elektroskopische Kraft an einer Stelle der Kette, deren reduzirte Abscisse y' ist, so ist in Folge der eben aufgestellten allgemeinen Gleichung

$$u' = \frac{A}{L} y' - O' + c,$$

wo O' die Summe der von der Abscisse y' übersprungenen Spannungen vorstellt. Zieht man nun diese für eine bestimmte Stelle der Kette gültige Gleichung von der vorigen, allen Stellen

auf dieselbe Weise zukommenden, Gleichung ab, so erhält man

$$u - u' = \frac{A}{L}(y - y') - (O - O'),$$

in welcher nun nichts mehr zu bestimmen übrig bleibt.

Wenn die Kette während ihrer Entstehung durchaus keiner äuſsern Ableitung oder Zuleitung ausgesetzt ist, so ist die Konstante c aus dem Umstande herzuholen, daſs die Summe aller in der Kette befindlichen Elektrizität null sein muſs. Diese Bestimmung stützt sich auf den Grundsatz, daſs aus einem zuvor indifferenten Zustande beide Elektrizitäten stets nur zugleich und in gleicher Menge hervorgehen. Um die Art, wie in einem solchen Falle die Konstante c gefunden wird, an einem Beispiele zu erläutern, wollen wir den in No. 16. behandelten Fall hier wieder vornehmen. In dem Theile P jener Kette ist allgemein $u = \frac{A}{L} y + c$, wo $y = \frac{x}{\varkappa \omega}$ ist, und in dem Theile P' hat man stets $u = \frac{A}{L} y - a' + c$, wo $y = \frac{x - l}{\varkappa' \omega'} + \lambda$ ist. Da nun in dem

Theile P die Gröſse des Elementes ωdx oder $\varkappa\omega^2 dy$, in dem Theile P' aber $\omega' dx$ oder $\varkappa'\omega'^2 dy$ ist, so erhält man für die in einem Elemente des ersten Theiles enthaltene Elektrizitätsmenge

$$\varkappa\omega^2 dy \left(\frac{A}{L} y + c\right)$$

und für die in einem Elemente des zweiten Theils enthaltene Elektrizitätsmenge

$$\varkappa'\omega'^2 dy \left(\frac{A}{L} y - a' + c\right).$$

Integrirt man nun den ersten der beiden vorstehenden Ausdrücke von $y = o$ bis $y = \lambda$, so erhält man für die ganze in dem Theile P enthaltene Elektrizitätsmenge

$$\varkappa\,\omega^2 \left[\frac{A}{2L}\,\lambda^2 + c\,\lambda\right];$$

eben so erhält man, indem man den zweiten Ausdruck von $y = \lambda$ bis $y = \lambda + \lambda'$ integrirt, für die ganze in dem Theile P' enthaltene Elektrizitätsmenge

$$\varkappa'\,\omega'^2 \left[\frac{A}{2L}\,(\lambda'^2 + 2\,\lambda\,\lambda') - a'\,\lambda' + c\,\lambda'\right].$$

Die Summe der beiden hier zuletzt gefundenen Elektrizitätsmengen muſs aber in Folge des vorhin ausgesprochenen Grundsatzes null sein. So

erhält man die zur Bestimmung der Konstante c erforderliche Gleichung, wo nur noch zu bemerken bleibt, daſs λ und λ' die den Theilen P und P' entsprechenden reduzirten Längen sind.

Wir haben bisher stillschweigend immer blos positive Abscissen vorausgesetzt. Es hält aber nicht schwer, sich zu überzeugen, daſs man eben so gut auch negative Abscissen einführen könne. Denn stellt $-y$ eine solche negative reduzirte Abscisse für irgend eine Stelle der Kette vor, so ist $L-y$ die derselben Stelle angehörige positive reduzirte Abscisse, für welche die gefundene allgemeine Gleichung gültig ist; man erhält demnach

$$u = \frac{A}{L}(L-y) - O + c$$

oder

$$u = -\frac{A}{L}y - (O-A) + c.$$

Aber $O-A$ drückt offenbar, wenn man die in No. 16. ausgesprochene allgemeine Regel berücksichtigt, die Summe der von der negativen Abscisse übersprungenen Spannungen aus, woraus erhellet, daſs die Gleichung auch für negative Abscissen noch ganz ihre alte Bedeutung behält.

19) Stellen wir uns vor, daſs einer der Theile, woraus die galvanische Kette zusammen gesetzt ist, ein Nichtleiter der Elektrizität, d. h. ein solcher Körper sei, dessen Leitungsvermögen null ist, so erhält die reduzirte Länge der ganzen Kette einen unendlich groſsen Werth. Macht man es sich nun zum Gesetze, die Abscissen nie in den nichtleitenden Theil hineingehen zu lassen, damit die reduzirte Abscisse y stets einen endlichen Werth behalte, so verwandelt sich die allgemeine Gleichung in diesem Falle in folgende:

$$u = - O + c,$$

welche anzeigt, daſs die elektroskopische Kraft in der ganzen Ausdehnung eines jeden andern homogenen Theils der Kette überall dieselbe ist und nur von einem Theile zum andern um die ganze an ihrer Berührungsstelle herrschende Spannung sich plötzlich ändert.

Um die Konstante c in dieser Gleichung zu bestimmen, wollen wir annehmen, daſs die elektroskopische Kraft an irgend einer Stelle der Kette gegeben ist. Nennen wir diese u' und die Summe der daselbst von der Abscisse übersprungenen Spannungen O', so wird

$$u - u' = -(O - O').$$

Die Differenz der elektroskopischen Kräfte zweier beliebiger Stellen einer offenen, d. h. durch einen Nichtleiter unterbrochenen galvanischen Kette ist also gleich der Summe aller zwischen den beiden Stellen liegenden Spannungen, und dabei ist das Vorzeichen, welches man dieser Summe zu geben hat, schon aus der bloſsen Anschauung stets leicht zu bestimmen.

20) Wir wollen noch eine Eigenthümlichkeit der galvanischen Kette erwähnen, die eine besondere Berücksichtigung verdient. Zu diesem Zwecke fassen wir einen von den homogenen Theilen der Kette ausschlieſslich ins Auge, und denken uns der Einfachheit halber den Anfang der Abscissen in sein eines Ende gelegt, und die Abscissen nach seinem andern Ende gerichtet vor. Nennen wir seine reduzirte Länge λ und die reduzirte Länge des übrigen Theils der Kette Λ, so ist innerhalb der Länge λ

$$u = \frac{A}{\Lambda + \lambda} \cdot y + c.$$

welcher Gleichung man auch nachstehende Form geben kann:

$$u = \frac{\frac{A\,\lambda}{\Lambda + \lambda}}{\lambda} \cdot y + c;$$

die Strecke λ befindet sich mithin in dem Falle einer einfachen, homogenen Kette, an deren Enden die Spannung $\frac{A\,\lambda}{\Lambda + \lambda}$ hervortritt. Hat demnach A einen recht fühlbaren Werth, wie er sich an der voltaischen Säule erzielen läſst, und nähert sich das Verhältniſs $\frac{\lambda}{\Lambda + \lambda}$ der Einheit, so wird auch die Spannung $\frac{A\,\lambda}{\Lambda + \lambda}$ noch sehr merklich sein; es müssen folglich ihre verschiedenen Abstufungen in der Ausdehnung der Strecke λ sich recht gut wahrnehmen lassen. Diese Folgerung ist deshalb von Gewicht, weil sie ein Mittel an die Hand gibt, das Gesetz der elektrischen Vertheilung auch dann noch an zusammengesetzten Ketten den Sinnen vorzuzeigen, wenn es an der einfachen Kette, der allzu schwachen Kräfte halber, nicht mehr geschehen kann. Man sieht übrigens sogleich ein, daſs bei einerlei Spannungen diese Erscheinung in desto gröſserer Stärke sich zeigen wird, je gröſser λ in Vergleich zu Λ ist.

21) Eine allen galvanischen Ketten eigenthümliche Erscheinung ist der plötzliche Wechsel, dem man ihre elektroskopische Kraft unaufhörlich und fast ganz nach Gefallen unterwerfen kann. Es hat diese Erscheinung ihren Grnnd in den früher entwickelten Eigenschaften solcher Ketten, Da nämlich, wie wir gefunden haben, jede Stelle einer galvanischen Kette dieselben Aenderungen erleidet, welchen man eine einzige aussetzt, so bekommt man es in seine Gewalt, der elektroskopischen Kraft irgend einer bestimmten Stelle bald diesen, bald einen andern Werth zu geben. Unter diesen Aenderungen sind diejenigen die merkwürdigsten, welche man durch ableitende Berührung, d. h. durch Vernichtung der elektroskopischen Kraft bald an dieser, bald an jener Stelle der Kette hervor zu bringen vermag, deren Gröſse jedoch in der Gröſse der Spannungen selber ihre natürlichen Grenzen hat.

Mit diesen Erscheinungen steht eine Klasse anderer in unmittelbarem Zusammenhange. Nennen wir nämlich *r* den Raum, über welchen die elektrische Kraft in einer gegebenen galvanischen Kette verbreitet ist, *u* die elektroskopische Kraft

der Kette an einer ihrer Stellen, die mit einem äuſsern Körper M in unmittelbarer Verbindung steht, und u' die elektroskopische Kraft derselben Kette an derselben Stelle, wie sie vor der Berührung des Körpers M daselbst vorhanden war, so ist $u' - u$ offenbar die an dieser Stelle erfolgte Aenderung der elektroskopischen Kraft, mithin, weil diese Aenderung auch an allen übrigen Stellen der Kette gleichmäſsig vorfällt, $r(u' - u)$ die Elektrizitätsmenge, welche die über die ganze Kette ergangene Aenderung in sich faſst, sonach auch die, welche in den Körper M übergegangen ist. Nehmen wir nun an, daſs im Stande des Gleichgewichts die elektroskopische Kraft an allen Stellen des Körpers M, in denen sie sich befindet, überall von gleicher Stärke ist, und bezeichnen wir durch R den Raum, über welchen sie sich in dem Körper M verbreitet, so ist dessen elektroskopische Kraft augenscheinlich $\frac{r(u' - u)}{R}$. Diese Kraft ist aber im Stande des Gleichgewichts der u gleich, welche die mit dem Körper M in Berührung gebrachte Stelle der Kette angenommen hat, wenn an dieser

Berührungsstelle keine neue Spannung eintritt; es ist also unter dieser Voraussetzung

$$u = \frac{r(u' - u)}{R},$$

woraus man findet

$$u = \frac{r\,u'}{r + R}.$$

Es gehet aus dieser Gleichung hervor, daſs die elektroskopische Kraft in dem Körper M stets kleiner ausfallen wird, als sie in der berührten Stelle vor der Berührung war, aber auch, daſs beide einander um so mehr gleich kommen werden, je gröſser r in Vergleich zu R ist. Wenn wir R als eine unveränderliche Gröſse ansehen, so hängt das Verhältniſs der elektroskopischen Kräfte u und u' zu einander blos von der Gröſse des Raumes ab, den die Elektrizität in der Kette einnimmt; man kann daher die elektroskopische Kraft des Körpers M ihrem gröſsten Werthe blos dadurch näher bringen, daſs man den Raum der Kette vermehrt, sei es durch eine Vergröſserung ihrer Dimensionen überhaupt, oder auch dadurch, daſs man irgendwo an sie fremde Massen anhängt. Von der Natur dieser Massen, wenn

sie nur Leiter der Elektrizität sind, und keine neue Spannung hervorrufen, hängt, so scheint es, bei dieser Wirkung gar nichts ab, sondern alles nur von ihrer räumlichen Gröſse. Nehmen die angehängten Massen einen unendlich groſsen Raum ein, welcher Fall eintritt, wenn die Kette irgendwo eine vollkommene Ableitung erhält, so wird die elektroskopische Kraft in dem Körper *M* stets der gleich, welche die von ihm berührte Stelle der Kette hat.

Um diese Wirkungen mit dem Spiele des Kondensators in Verbindung zu bringen, haben wir blos zu erwägen, daſs ein Kondensator, dessen Gröſse *R* und dessen Verstärkungszahl *m* ist, einem gewöhnlichen Leiter von der Gröſse *m R* gleich zu setzen ist, jedoch mit dem Unterschiede, daſs seine elektroskopische Kraft die *m*fache von der des gewöhnlichen Leiters wird. Nennen wir daher *u* die elektroskopische Kraft des Kondensators, welcher mit einer Stelle der Kette, deren Kraft *u'* ist, in Verbindung kommt, so erhalten wir

$$u = \frac{m\, r\, u'}{r + m\, R},$$

woraus folgt, daſs der Kondensator die *m*fache

Kraft der berührten Stelle anzeigen werde, wenn r sehr groſs ist in Vergleich zu mR, daſs er aber schwächend wirkend werde, so wie r gleich oder kleiner als R ist. An die Kette irgendwo angehängte Massen werden demnach die Anzeigen des Kondensators ihrem Maximum in dem Maaſse näher führen, als sie selbst gröſser sind, und eine irgendwo berührte Kette wird an dem Kondensator stets das Maximum der Verstärkung bewirken.

Die vorstehenden Bestimmungen setzen voraus, daſs die eine Platte des Kondensators fortwährend ableitend berührt bleibe. Wir wollen nun noch den Fall betrachten, wo die beiden Platten eines isolirten Kondensators mit verschiedenen Stellen einer galvanischen Kette in Verbindung gebracht werden. Zunächst ist klar, daſs die beiden Platten des Kondensators dieselbe Differenz an freier Elektrizität annehmen werden, welche die verschiedenen Stellen der Kette, mit welchen sie in Berührung stehen, in Folge der eigenthümlichen Natur galvanischer Wirkungen unbedingt fordern. Stellt mithin d die Differenz der elektroskopischen Kraft an den beiden Stellen

der Kette und u die freie Elektrizität der einen Kondensatorplatte vor, so ist $u + d$ die freie Elektrizität der andern Platte, und es kommt nun alles darauf an, aus den bekannten freien, in den Kondensatorplatten befindlichen Elektrizitäten die darin wirklich vorhandenen zu finden. Nennen wir zu dem Ende A die wirkliche Elektrizitätsstärke in der Platte, deren freie Elektrizität $u + d$ ist, so stellt $A - u - d$ den gebundenen Antheil in derselben Platte vor; eben so drückt $B - u$ den Antheil gebundener Elektrizität in der Platte aus, deren freie Elektrizität u ist, wenn B die wirkliche Stärke der Elektrizität in dieser Platte bezeichnet. Wird nun durch n das Verhältniſs vorgestellt, in welchem die gebundene Elektrizität der einen Kondensatorplatte zur wirklichen Elektrizität der andern Platte steht, so finden folgende zwei Gleichungen statt

$$A - u - d + n B = o$$
$$B - u + n A = o,$$

aus welchen sich die Werthe A und B, wie folgt, ergeben, nämlich

$$A = \frac{d + u\,(1 - n)}{1 - n^2}$$

$$B = \frac{u(1-n) - nd}{1-n^2}.$$

Aus der Theorie des Kondensators ist aber bekannt, daſs $1-n = \frac{1}{m}$, wenn m die Verstärkungszahl des Kondensators ist; setzt man daher $\frac{1}{m}$ statt $1-n^2$ in die Ausdrücke für A und B und zugleich $1 - \frac{1}{2m}$ statt n, welches erlaubt ist, wenn m, wie gewöhnlich, eine sehr groſse Zahl bedeutet, so erhält man

$$A = md + \tfrac{1}{2}u$$
$$B = -md + \tfrac{1}{2}u + \tfrac{1}{2}d.$$

Wenn folglich m eine sehr groſse Zahl und u nicht bedeutend gröſser als d ist, so kann man ohne merklichen Fehler setzen

$$A = md$$
$$B = -md,$$

worin sich das bekannte Gesetz ausspricht, daſs wenn zwei verschiedene Stellen einer voltaischen Säule mit den beiden Platten des isolirten Kondensators in Verbindung gebracht werden, der Kondensator in jeder Platte dieselbe Ladung annimmt, als wenn die andere Platte und die ihr

entsprechende Stelle der Säule ableitend berührt worden wären. Zugleich lehren unsere Betrachtungen, daſs dieses Gesetz aufhört wahr zu sein, wenn u gegen md nicht mehr als verschwindend angesehen werden kann. Dieser Fall träte ein, wenn z. B. zwei nahe an dem obern isolirten Pole einer aus sehr vielen Elementen aufgebauten voltaischen Säule mit den Kondensatorplatten in Berührung kämen, während der untere Pol dieser Säule mit der Erde in ableitender Verbindung bliebe.

Die bisher gegebenen Bestimmungen über die Art, wie die galvanische Kette ihre Elektrizität an fremde Körper abtritt, welche zur Aufklärung des Gegenstandes nichts mehr zu wünschen übrig zu lassen scheinen, dürften jedoch zu Untersuchungen von ganz anderer Art und nicht geringerem Interesse Anlaſs geben. Es ist nämlich durch theoretische Betrachtungen sowohl, als auch durch Versuche, welche an dem elektrischen Strome angestellt worden sind, keinem Zweifel mehr unterworfen, daſs die bewegte Elektrizität in das Innere der Körper dringt, und ihre Menge sich deshalb nach dem körperlichen Raume

richtet, während es auf der andern Seite eben so ausgemacht ist, daſs die ruhende Elektrizität an der Oberfläche der Körper sich sammelt und ihre Menge deswegen von der Flächengröſse abhängig ist. Hieraus würde aber folgen, daſs, bei der geschlossenen galvanischen Kette, r in den vorliegenden Formeln den körperlichen Inhalt der Kette, bei der offenen Kette dagegen, die Gröſse ihrer Oberfläche auszudrücken hätte, worüber Versuche, wie es scheint, ohne groſse Schwierigkeit entscheiden könnten.

22) Bisher haben wir eine Kette vor Augen gehabt, auf welche die umgebende Luft keinen Einfluſs ausübt und die bereits zu ihrem bleibenden Zustande gekommen ist, und haben diese mit einer Ausführlichkeit behandelt, die sie darum verdient, weil an sie die gröſste Fülle und der höchste Glanz der Erscheinungen sich anschlieſsen. Um jedoch schon hier die übrigen Ketten nicht ganz leer ausgehen zu lassen, wollen wir das bei ihnen einzuschlagende Verfahren jedesmal für den einfachsten Fall kurz andeuten, und so den bei ihnen zu betretenden Weg, wenn gleich nur aus der Ferne, doch bestimmt anzeigen.

Wenn man den Einfluſs der Luft auf die galvanische Kette berücksichtigen will, so muſs zu dem Gliede $\varkappa \frac{d^2u}{dx^2}$ der Gleichung (*a*) in No. 11. noch das Glied $\frac{bc}{\omega} u$ genommen werden, dann erhält man für die in einen bleibenden Zustand gekommene Kette, für welche $\frac{du}{dt} = o$ ist, die Gleichung

$$o = \varkappa \frac{d^2u}{dx^2} - \frac{bc}{\omega} u,$$

oder, wenn man $\frac{bc}{\varkappa\omega} = \beta^2$ setzt,

$$o = \frac{d^2u}{dx^2} - \beta^2 u$$

Das Integral dieser Gleichung ist

$$u = c \,.\, e^{\beta x} + d \,.\, e^{-\beta x},$$

wo e die Basis der natürlichen Logarithmen und c, d beliebige aus den übrigen Umständen der Aufgabe noch zu bestimmende konstante Gröſsen vorstellen.

Nennt man nun $2l$ die Länge der ganzen Kette und legt den Anfang der Abscissen in die Stelle der Kette, welche von der Erregungsstelle

nach beiden Seiten hin gleich weit absteht; bezeichnet man ferner die an der Erregungsstelle befindliche Spannung durch a, so erhält man

$$a = (c - d)\,(e^{\beta l} - e^{-\beta l}).$$

Schreibt man jetzt die vorhin gefundene Gleichung so

$$u = (c - d)\,e^{\beta x} + d\,(e^{\beta x} + e^{-\beta x})$$

und setzt statt $c - d$ den eben gefundenen Werth, so erhält man

$$u = \frac{a \,.\, e^{\beta x}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} + d\,(e^{\beta x} + e^{-\beta x}).$$

Nimmt man nun zur Bestimmung der noch übrigen Konstante an, daſs die Summe der beiden an der Erregungsstelle befindlichen elektroskopischen Kräfte bekannt und gleich b ist, welcher Umstand jedesmal Statt findet, wenn die elektroskopische Kraft der Kette an irgend einer ihrer Stellen gegeben ist, so erhält man

$$b = \frac{a\,(e^{\beta l} + e^{-\beta l})}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} + 2d\,(e^{\beta l} + e^{-\beta l})$$

und nun nach erfolgter Substitution und gehöriger Reduction

$$u = \frac{\frac{1}{2}a(e^{\beta x} - e^{-\beta x})}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} + \frac{\frac{1}{2}b(e^{\beta x} + e^{-\beta x})}{e^{\beta l} + e^{-\beta l}},$$

welche für $b = o$, d. h. für eine ganz ſich ſelbſt überlaſſene Kette übergeht in

$$u = \frac{\frac{1}{2}a\,(e^{\beta x} - e^{-\beta x})}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}.$$

Vorſtehende Gleichungen, welche für eine, ihrer ganzen Ausdehnung nach, homogene und prismatiſche Kette gelten, gehen für $\beta = o$ wieder in die oben, wo der Einfluſs der Luft auf die Kette noch auſser Acht gelaſſen worden iſt, unter denſelben Umſtänden gegebenen über. Da $\beta^2 = \frac{b}{\varkappa} \cdot \frac{c}{\omega}$, ſo folgt, daſs der Einfluſs der Luft auf die galvaniſche Kette um ſo geringer ausfallen werde, je geringer das Leitungsvermögen der Luft in Vergleich zu dem der Kette, und je kleiner der Quotient $\frac{c}{\omega}$ iſt. Es drückt aber der Quotient $\frac{c}{\omega}$ das Verhältniſs der von der Luft umgebenen Oberfläche einer Scheibe des Leiters zu dem körperlichen Inhalte derſelben Scheibe aus, und es dürfte daher ſcheinen, als ob $\frac{c}{\omega}$ ſtets un-

endlich klein ſein müſste. Indeſsen iſt nicht zu überſehen, daſs wir es hier nicht mit mathematiſchen, ſondern mit phyſikaliſchen Beſtimmungen zu thun haben, denn ſtrenge genommen ſtellt *c* nicht eine Fläche vor, ſondern den Theil einer Scheibe der Kette, auf welchen die Luft unmittelbaren Einfluſs hat, und *ω* bezeichnet im Grunde nichts weiter, als den Theil einer Scheibe der Kette, welcher von der durch die Kette ſich fortbewegenden Elektrizität durchſtrömt wird. Im Allgemeinen iſt nun wohl *c* allerdings unvergleichlich kleiner als *ω*, aber da, wo der elektriſche Strom nur mit groſser Mühe und deswegen nur ſehr langſam ſich fortbewegen kann, wie es bei trocknen Säulen mehr oder weniger der Fall iſt, kann, nach dem was in der vorigen Nummer erinnert worden iſt, die Gröſse *c* der *ω* vielleicht nahe hin gleich werden; denn von dem, was dem raſchen Strome eigen iſt, bis zu dem, was dem vollkommenen Gleichgewichte zukommt, muſs doch wohl ein allmähliger, durch die jedesmaligen Umſtände modifizirter Uebergang Statt finden Es öffnet ſich hier künftigen Unterſuchungen ein weites Feld,

23) In Fällen, wo der bleibende Stand der Kette nicht augenblicklich eintritt, wie es bei trockenen Säulen zu geschehen pflegt, müſste man, um die Veränderungen der Kette bis dahin kennen zu lernen, von der vollständigen Gleichung

$$\gamma \frac{du}{dt} = \varkappa \frac{d^2u}{dx^2} - \frac{bc}{\omega} u \qquad (*)$$

ausgehen, weil hier nicht $\frac{du}{dt} = o$ genommen werden darf, und das Glied $\frac{bc}{\omega} u$ wird in ihr stehen bleiben oder aus ihr entfernt werden müssen, je nachdem man den Einfluſs der Luft auf die Kette der Berücksichtigung werth hält oder nicht. Setzen wir wieder, wie in der vorigen Nummer, $\beta^2 = \frac{bc}{\varkappa\omega}$ und auſserdem noch $\frac{\varkappa}{\gamma} = \varkappa'$, so verwandelt sich vorstehende Gleichung in folgende

$$\frac{du}{dt} = \varkappa' \left(\frac{d^2u}{dx^2} - \beta^2 u\right)$$

nnd man wird sogleich gewahr, daſs durch die Annahme, $\beta = o$, die Einwirkung der Luft aufgehoben wird.

In vorliegendem Falle stellt u eine Funktion

von x und t vor, die aber, so wie die Zeit t wächst, von t immer weniger abhängig wird und zuletzt in eine bloſse Funktion von x übergeht, die den bleibenden Zustand der Kette ausdrückt und deren Natur wir bereits kennen gelernt haben. Bezeichnen wir diese letztere Funktion durch u' und setzen $u = u' + v$, so ist v offenbar eine Funktion von x und t, welche die jedesmalige Abweichung der Kette von ihrem bleibenden Zustande zu erkennen gibt, und deshalb nach Ablauf einer gewissen Zeit gänzlich verschwindet. Setzen wir nun $u' + v$ statt u in die Gleichung (✱) und erwägen, daſs u' unabhängig von t, und von der Beschaffenheit ist, daſs

$$o = \frac{d^2u'}{dx^2} - \beta^2 u',$$

so bleibt zur Bestimmung der Funktion v die Gleichung

$$\frac{dv}{dt} = \varkappa' \left(\frac{d^2v}{dx^2} - \beta^2 v \right) \qquad (\circ)$$

übrig, welche zwar noch dieselbe Form, als die Gleichung (✱), besitzt, aber von ihr darin sich unterscheidet, daſs v eine Funktion von x und t von anderer Natur als u ist, wodurch ihre endliche Bestimmung sehr erleichtert wird.

Das Integral der Gleichung (☽) in der Gestalt, die es zuerst von *Laplace* erhalten hat, ist

$$v = \frac{e^{-\kappa'\beta^2 t}}{\sqrt{\pi}} \int e^{-y^2} f(x + 2y\sqrt{\kappa' t})\, dy, \quad (☿)$$

wo e die Basis der natürlichen Logarithmen, π das Verhältniſs des Kreisumfanges zum Durchmesser und f eine willkürliche aus der besondern Natur einer jeden Aufgabe zu bestimmende Funktion bezeichnet, während die Grenzen des Integrals von $y = -\infty$ bis $y = +\infty$ genommen werden müssen. Für $t = o$ wird $v = fx$, weil zwischen den angezeigten Grenzen $\int e^{-y^2} dy = \sqrt{\pi}$ ist, woraus folgt, daſs, wenn man die Funktion v in dem besondern Falle aufzufinden wüſste, wo $t = o$ ist, man dadurch auch fx, mithin die willkührliche Funktion f überhaupt kennen lernte. Nun ist allgemein $v = u - u'$, wenn wir aber die Zeit t von dem Augenblicke an zählen, wo durch die Berührung an den beiden Enden der Kette die Spannung eintritt, so hat u, für $t = o$, offenbar nur an diesen Enden bestimmte Werthe, an allen übrigen Stellen der Kette ist $u = o$; demnach ist in der Ausdehnung der Kette, für $t = o$, im Allgemeinen

$v = - u'$, nur an den Enden der Kette ist zu derselben Zeit $v = u - u'$. Denken wir uns daher eine vom ersten Augenblicke der Berührung an gänzlich sich selbst überlassene Kette, so ist an den Enden derselben stets $v = o$, so daſs also im Innern der Kette $v = - u'$, für $t = o$, und an ihren Enden $v = o$ ist. Da nun zufolge unserer frühern Untersuchungen u' für jede Stelle der Kette als bekannt angesehen werden kann, so gilt dies auch von v für $t = o$; wir kennen sonach die Gestalt der willkührlichen Funktion fx, so lange x an Stellen der Kette verweilt.

Indessen fordert das zur Bestimmung von v gegebene Integral die Kenntniſs der Funktion fx für alle positiven und negativen Werthe von x; dadurch werden wir gezwungen, durch Umwandlungen, wie die Untersuchungen über die Verbreitung der Wärme sie uns gelehrt haben, obiger Gleichung eine solche Form zu geben, die nur noch die Kenntniſs der Funktion fx in der Ausdehnung der Kette voraus setzt. Die auf den vorliegenden Fall anwendbare Umformung gibt,

wenn $2l$ die Länge der Kette bezeichnet und der Abscissenanfang in ihre Mitte gelegt wird, *)

$$v = \frac{e^{-\varkappa'\beta^2 t}}{l}\Big[\sum\Big(e^{\frac{-\varkappa' i^2\pi^2 t}{l^2}} . \sin.\frac{i\pi x}{l}\int \sin.\frac{i\pi y}{l} fy\,dy\Big)$$

$$+\sum\Big(e^{\frac{-(2i-1)^2\pi^2 t}{4l^2}} \cos.\frac{(2i-1)\pi x}{2l}\int \cos.\frac{(2i-1)\pi y}{2l} fy\,dy\Big)\Big],$$

wo die Summen von $i=1$ bis $i=\infty$ und die Integrale von $y=-l$ bis $y=+l$ genommen werden müssen. Setzt man nun in dieser Gleichung für fx seinen Werth $-u'$, wobei unserer Voraussetzung zur Folge nach der vorigen Nummer, wenn a die Spannung an der Berührungsstelle bezeichnet,

$$u' = \frac{\frac{1}{2}\,a\,(e^{\beta x} - e^{-\beta x})}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}$$

ist, und integrirt hierauf, so erhält man, weil zwischen den angezeigten Grenzen

$$\tfrac{1}{2}\,a\int \sin.\frac{i\pi y}{l} . \frac{e^{\beta y} - e^{-\beta y}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} . dy =$$

$$-\frac{ai\pi l \cos. i\pi}{i^2\pi^2 + \beta^2 l^2}$$

und

*) Siehe Journal de l'Ecole polytechn. cah. XIX. pag. 53.

$$\tfrac{1}{2}\, a \int \frac{e^{\beta y} - e^{-\beta y}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} \,.\, \cos. \frac{(2i-1)\pi y}{2l} \,.\, dy = o$$

ist, zur Bestimmung von v die Gleichung

$$v = a \,.\, e^{-\varkappa'\beta^2 t} \sum \left(\frac{i\pi \sin. \frac{i\pi(l+x)}{l}}{i^2\pi^2 + \beta^2 l^2} \,.\, e^{\frac{-\varkappa'\pi^2 i^2 t}{l^2}} \right)$$

und endlich, weil $u = u' + v$

$$u = \frac{\tfrac{1}{2} a (e^{\beta x} - e^{-\beta x})}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} + a \,.\, e^{-\varkappa'\beta^2 t} \times$$

$$\sum \left(\frac{i\pi \sin. \frac{i\pi(l+x)}{l}}{i^2\pi^2 + \beta^2 l^2} \,.\, e^{\frac{-\varkappa'\pi^2 i^2 t}{l^2}} \right)$$

welche Gleichung für $\beta = o$, d. h. wenn der Einfluſs der Luft nicht berückſichtigt werden ſoll, in

$$u = \frac{a}{2l} x + a \sum \left(\frac{1}{i\pi} \sin. \frac{i\pi(l+x)}{l} \,.\, e^{\frac{-\varkappa'\pi^2 i^2 t}{l^2}} \right)$$

übergeht. Man ſieht leicht ein, daſs der Werth des zweiten Gliedes auf der rechten Seite in den zur Beſtimmung von u gefundenen Gleichungen immer kleiner wird, ſo wie die Zeit wächſt, und daſs er zuletzt ganz verſchwindet; dann iſt der bleibende Zuſtand der Kette eingetreten. Dieſer Zeitpunkt wird, wie man an der Geſtalt der Ausdrücke gewahr wird, durch ein verringertes Leitungsvermögen und in noch weit gröſserem Ver-

hältnisse durch eine vermehrte Länge der Kette in die Ferne gerückt.

Dieser für u gefundene Ausdruck hat jedoch nur so lange volle Gültigkeit, als die Kette, wie wir vorausgesetzt haben, durch keine äuſsere Störung zu einer Abänderung ihres natürlichen Zustandes veranlaſst wird. Wenn die Kette zu irgend einer Zeit durch irgend eine äuſsere Veranlassung z. B. durch ableitende Berührung irgend einer Stelle gezwungen wird, sich einem abgeänderten bleibenden Zustande zu nähern, so sind Aenderungen an obigem Verfahren anzubringen, die ich bei einer andern Gelegenheit zu entwickeln gedenke. Uebrigens bemerke ich, daſs in dieser letzten Gattung von galvanischen Ketten die an trockenen Säulen und überhaupt an Ketten von ungewöhnlich groſser reduzirter Länge beobachteten besonderen Erscheinungen aufzusuchen sind, wohin auch die in den Versuchen von *Basse, Erman* und *Aldini* gebrauchten Ketten von sehr groſser Länge gehören, wenn in ihnen der Einfluſs der gröſsern Länge nicht durch eine vermehrte Leitungsgüte oder einen vergröſserten Querschnitt wieder aufgehoben wird.

C) *Erſcheinungen des elektriſchen Stromes.*

24) Nach dem, was in No. 12. dargethan worden iſt, wird die Gröſse des elektriſchen Stromes in einem prismatiſchen Körper für jede Stelle deſſelben im Allgemeinen durch folgende Gleichung ausgedrückt

$$S = \omega \varkappa \frac{du}{dx},$$

wo S die Gröſse des Stromes und u die elektroſkopiſche Kraft an der Stelle der Kette, deren Abſciſſe x iſt, bezeichnen, und ω den Querſchnitt des prismatiſchen Körpers, $\varkappa$ aber deſſen Leitungsvermögen an derſelben Stelle vorſtellt. Um nun dieſe Gleichung mit der in No. 18. für jede aus einer beliebigen Anzahl von Theilen zuſammengeſetzte Kette gefundenen allgemeinen Gleichung in Verbindung zu bringen, ſchreiben wir ſie ſo:

$$S = \varkappa \omega \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dx},$$

und ſetzen für $\frac{du}{dy}$ den aus jener allgemeinen Gleichung ſich ergebenden Werth $\frac{A}{L}$ und für $\frac{dy}{dx}$ den

aus derselben Nummer leicht zu entnehmenden Werth $\frac{1}{\varkappa\omega}$, welche beiden Werthe für jede zwischen zwei Erregungsstellen befindliche Stelle gültig sind, dann erhalten wir ganz einfach

$$S = \frac{A}{L}$$

wo L die ganze reduzirte Länge der Kette und A die Summe aller ihrer Spannungen bezeichnet. Mittelst dieser Gleichung erhält man die Gröſse des elektrischen Stromes einer aus irgend wie viel prismatischen Theilen zusammen gesetzten galvanischen Kette, die ihren bleibenden Zustand angenommen hat, von der umgebenden Luft keinen Einfluſs erleidet und deren einzelne Querschnitte in allen ihren Punkten einerlei elektroskopische Kraft besitzen, worin gerade die am öftesten vorkommenden Fälle enthalten sind, weswegen wir dieses Resultat am sorgfältigsten zergliedern werden.

Weil A die Summe aller in der Kette befindlichen Spannungen und L die Summe der reduzirten Längen aller einzelnen Theile vorstellt, so ergeben sich zunächst aus der aufgefundenen Gleichung folgende allgemeine den elektrischen

Strom angehende Eigenſchaften der galvaniſchen Kette:

I. Der elektriſche Strom iſt an allen Stellen einer galvaniſchen Kette durchaus von gleicher Gröſse und unabhängig von dem Werthe der Konſtante *c*, welche, wie wir geſehen haben, die Stärke der elektroſkopiſchen Kraft an einer beſtimmten Stelle feſtſetzt. In der offenen Kette hört aller Strom gänzlich auf, denn in dieſem Falle nimmt die reduzirte Länge *L* einen unendlich groſsen Werth an.

II. Die Gröſse des Stromes in einer galvaniſchen Kette bleibt ungeändert, wenn die Summe aller ihrer Spannungen und ihre ganze reduzirte Länge entweder gar nicht oder nach einerlei Verhältniſs abgeändert werden; ſie ſteigt aber bei gleicher reduzirter Länge in dem Maaſse, als die Summe der Spannungen zunimmt, und bei gleicher Summe der Spannungen in dem Maaſse, als die reduzirte Länge der Kette abnimmt. Aus dieſem allgemeinen Geſetze wollen wir noch folgende beſondere herausheben.

1) Eine Verschiedenheit in der Anordnung und Vertheilung der einzelnen Erregungsstellen durch eine Versetzung der Theile, woraus die Kette besteht, hat auf die Gröſse des Stromes keinen Einfluſs, wenn nur die Summe aller Spannungen dieselbe bleibt. So z. B. würde in einer der Ordnung nach aus Kupfer, Silber, Blei, Zink und einer Flüssigkeit gebildeten Kette der Strom ungeändert bleiben, wenn auch Silber und Blei ihre Stellen mit einander vertauschten, weil, nach dem an Metallen beobachteten Spannungsgesetze, durch diese Verwechselung zwar die einzelnen Spannungen, aber nicht ihre Summe, geändert würden.

2) Die Stärke des galvanischen Stromes bleibt dieselbe, wenn gleich ein Theil der Kette aus ihr entfernt und ein anderer prismatischer Leiter an dessen Stelle gesetzt wird, nur müssen beide einerlei reduzirte Länge haben und die Summe der Spannungen muſs in beiden Fällen dieselbe bleiben. Umgekehrt, wenn der Strom einer Kette durch das Vertauschen eines

Theils derſelben mit einem fremden prismatiſchen Leiter sich nicht ändert, und man überzeugt sein kann, daſs die Summe der Spannungen dieselbe geblieben ist, so sind die reduzirten Längen der beiden mit einander vertauschten Leiter gleich groſs.

3) Wenn man sich eine galvanische Kette immer aus gleich vielen Theilen, von demselben Stoffe und in derselben Ordnung gebildet, vorstellt, damit die einzelnen Spannungen als unveränderlich angesehen werden können, so wächst der Strom dieser Kette bei unveränderter Länge ihrer Theile in demselben Verhältnisse, in welchem die Querschnitte aller ihrer Theile auf gleiche Weise zunehmen, und bei unverändertem Querschnitte in demselben Verhältnisse, in welchem die Länge aller ihrer Theile gleichmäſsig abnimmt. Wenn die reduzirte Länge eines Theils der Kette die der übrigen Theile bei weitem übertrifft, so wird die Gröſse des Stromes von den Dimensionen dieses einen Theiles vorzugsweise abhängen und

das hier ausgesprochene Gesetz wird eine viel einfachere Gestalt annehmen, wenn man bei der Vergleichung blos auf diesen einen Theil Rücksicht nimmt.

Die in II. 2. aufgestellte Folgerung bietet ein bequemes Mittel zur Bestimmung des Leitungsvermögens verschiedener Körper dar. Denken wir uns nämlich zwei prismatische Körper, deren Längen l und l', deren Querschnitte beziehlich ω und ω' und deren Leitungsvermögen $\varkappa$ und $\varkappa'$ sein mögen, und besitzen beide Körper die Eigenschaft, den Strom einer galvanischen Kette nicht abzuändern, wenn sie abwechselnd einen Theil derselben ausmachen, und lassen beide die einzelnen Spannungen der Kette ungeändert, so ist

$$\frac{l}{\varkappa\omega} = \frac{l'}{\varkappa'\omega'},$$

mithin

$$\varkappa : \varkappa' = \frac{l}{\omega} : \frac{l'}{\omega'},$$

es stehen also die Leitungsfähigkeiten beider Körper in geradem Verhältnisse ihrer Längen und im umgekehrten ihrer Querschnitte. Soll

diese Relation zur Bestimmung des Leitungsvermögens der verschiedenen Körper benutzt werden und wählt man zu den Versuchen, was die gröſsere Genauigkeit ohnedieſs schon fordert, prismatische Körper von demselben Querschnitte, so geben ihre Längen geradezu ihre relativen Leitungsfähigkeiten zu erkennen.

25) Wir haben in voriger Nummer die Gröſse des Stromes aus der in No. 18. gegebenen allgemeinen Gleichung

$$u = \frac{A}{L} y - O + c$$

abgeleitet und gefunden, daſs sie durch den zu y gehörigen Koeffizienten $\frac{A}{L}$ ausgedrückt wird. Zur Auffindung des Werthes $\frac{A}{L}$ ist im Allgemeinen die genaue Kenntniſs aller einzelnen Theile der Kette und ihrer gegenseitigen Spannungen erforderlich, aber unsere allgemeine Gleichung zeigt uns ein Mittel an, diesen Werth auch aus der Beschaffenheit eines jeden einzelnen Theiles der in Thätigkeit begriffenen Kette zu entnehmen, welches wir nicht umgehen wollen, da es uns in der Folge gute Dienste leisten wird.

Denkt man sich nämlich in obiger Gleichung y um eine beliebige Gröſse Δy vermehrt, und bezeichnet durch ΔO die entsprechende Aenderung von O, und durch Δu die von u, so folgt aus jener Gleichung

$$\Delta u = \frac{A}{L} \Delta O - \Delta O$$

und hieraus findet man

$$\frac{A}{L} = \frac{\Delta u + \Delta O}{\Delta y};$$

man findet also die Gröſse des elektrischen Stromes, wenn man zur Differenz der elektroskopischen Kräfte an irgend zwei Stellen der Kette die Summe aller zwischen diesen Stellen liegenden Spannungen addirt und diese Summe mit der reduzirten Länge des Theils der Kette dividirt, der zwischen denselben Stellen liegt. Befindet sich innerhalb dieses Theils der Kette keine Spannung, so wird $\Delta O = o$ und man erhält

$$\frac{A}{L} = \frac{\Delta u}{\Delta y}.$$

26) Die voltaische Säule, welche eine Zusammensetzung aus vielen einander gleichen, einfachern Ketten ist, verdient schon deshalb, weil sich an sie so mannigfaltige Resultate der Ver-

suche anschlieſsen, hier noch eine besondere Berücksichtigung.

Stellt A die Summe der Spannungen einer geschlossenen galvanischen Kette vor und L ihre reduzirte Länge, so ist, wie wir wissen, die Gröſse ihres Stromes

$$\frac{A}{L}.$$

Denken wir uns nun n solche, der vorigen völlig gleiche, aber offene Ketten, und bringen wir stets das Ende der einen mit dem Anfange der folgenden in unmittelbare Verbindung dergestalt, daſs zwischen je zwei Ketten keine neue Spannung eintritt und daſs alle vorigen Spannungen nach wie vor dieselben bleiben, so ist die Gröſse des Stromes dieser in sich geschlossenen voltaischen Verbindung offenbar

$$\frac{nA}{nL},$$

also der in der einfachen Kette gleich. Diese Gleichheit des Stromes findet aber nicht mehr statt, wenn in beide ein neuer Leiter, den wir den *Zwischenleiter* nennen wollen, eingeschoben wird. Bezeichnen wir nämlich die reduzirte

Länge dieses Zwischenleiters durch Λ, so wird, wenn durch ihn keine neue Spannung herbeigeführt wird, die Gröſse des Stromes in der einfachen Kette

$$\frac{A}{L+\Lambda}$$

und in der aus n solchen Elementen gebildeten voltaischen Zusammensetzung

$$\frac{nA}{nL+\Lambda} \text{ oder } \frac{A}{L+\frac{\Lambda}{n}},$$

also in der letztern Kette stets gröſser, als in der erstern, und zwar findet ein allmäliger Uebergang statt von der Gleichheit der Wirkung, die sich zeigt, wenn Λ verschwindet, bis dahin, wo die voltaische Verbindung die Wirkung der einfachen Kette n mal übertrifft, welcher Umstand eintritt, wenn Λ unvergleichlich gröſser als nL ist. Stellt man sich unter Λ die relative Länge des Körpers vor, auf welchen die Kette durch die Kraft ihres Stromes wirken soll, so folgt aus den eben vorgebrachten Bemerkungen, daſs am vortheilhaftesten eine kräftige einfache Kette angewendet wird, wenn Λ sehr klein ist in Ver-

gleich zu L, dagegen die voltaische Säule, wenn Λ sehr groſs ist in Vergleich zu *L*.

Wie muſs aber in jedem besondern Falle ein gegebener galvanischer Apparat zusammengesetzt werden, damit er die gröſste Wirkung hervor bringe? Wir nehmen bei der Lösung dieser Aufgabe an, daſs man eine bestimmte Flächengröſse z. B. von Kupfer und Zink besitze, aus der man nach Gefallen ein einziges groſses Plattenpaar, oder auch beliebig viele, jedoch in demselben Verhältnisse kleinere Plattenpaare bilden kann, und auſserdem noch, daſs die zwischen den beiden Metallen befindliche Flüssigkeit stets dieselbe und von derselben Länge sei, welche letztere Annahme nichts anders sagen will, als daſs die beiden Metalle, zwischen denen sich die Flüssigkeit befindet, unter allen Umständen dieselbe Entfernung von einander beibehalten.

Es sei Λ die reduzirte Länge des Körpers, auf welchen der elektrische Strom wirken soll, L die reduzirte Länge des Apparates, wenn er zur einfachen Kette gebildet worden ist, und *A* sei dessen Spannung, so ist, wenn er in eine voltaische Verbindung aus x Elementen umgebildet

wird, seine nunmehrige Spannung xA, und die reduzirte Länge eines jeden der jetzigen Elemente xL, demnach die reduzirte Länge aller x Elemente x^2L, folglich die Gröſse der Wirkung in der voltaischen Zusammensetzung aus x Elementen

$$\frac{xA}{x^2L+\Lambda}.$$

Dieser Ausdruck erhält seinen gröſsten Werth $\frac{A}{2\sqrt{\Lambda \, . \, L}}$, wenn $x = \sqrt{\frac{\Lambda}{L}}$ wird. Man sieht hieraus, daſs der Apparat in Gestalt einer einfachen Kette am vortheilhafteſten ist, so lange Λ nicht gröſser als L ist; dagegen tritt die voltaische Zusammensetzung mit Nutzen ein, wenn Λ gröſser als L ist, und zwar wird sie am besten aus 2 Elementen gebaut, wenn Λ viermal gröſser ist als L, aus 3 Elementen, wenn Λ neunmal gröſser ist als L, und so fort.

27) Der Umstand, daſs die Gröſse des Stromes an allen Stellen der Kette immer dieselbe bleibt, bietet uns ein Mittel dar, seine Wirkung zu vervielfachen, da, wo er sie nach auſsen hinrichtet, welcher Fall bei dem Einflusse des Stromes auf die Richtung der Magnetnadel sich er-

eignet. Wir wollen der Anschaulichkeit halber feſtsetzen, daſs zur Prüfung der Wirkung des Stromes auf die Magnetnadel jedesmal ein Theil der Kette zu einem Kreise von bestimmtem Halbmesser umgeformt und in den magnetischen Meridian so gestellt werde, daſs sein Mittelpunkt mit dem Umdrehungspunkte der Nadel zusammen fällt. Mehrere solche aus der Kette völlig auf dieselbe Weise gebildete und von einander geschiedene Windungen werden einzeln genommen, wegen der Gleichheit des Stromes in jeder, gleich starke Wirkungen auf die Magnetnadel hervorbringen; denken wir sie uns daher so neben einander gereiht, daſs sie zwar noch immer durch eine nichtleitende Schicht von einander getrennt bleiben, aber doch so dicht beisammen liegen, daſs die Stellung einer jeden gegen die Magnetnadel als dieselbe angesehen werden kann, so werden sie eine in dem Maaſse gröſsere Wirkung auf die Nadel hervorbringen, als ihre Anzahl gröſser wird. Eine solche Vorrichtung wird *Multiplikator* genannt.

Es sei nun A die Summe der Spannungen irgend einer Kette und L ihre reduzirte Länge,

ferner Λ die reduzirte Länge eines zu einem Multiplikator aus n Windungen umgeformten Zwischenleiters, so ist, wenn wir die reduzirte Länge einer solchen Windung mit λ bezeichnen, $\Lambda = n\lambda$ und nun die Wirkung des Multiplikators auf die Magnetnadel dem Werthe

$$\frac{nA}{L + n\lambda}$$

proportional. Die Wirkung einer solchen Windung der Kette ohne Multiplikator ist aber nach demselben Maaſsstabe

$$\frac{A}{L},$$

wobei wir uns das Stück der Kette, woraus die Windnng genommen wird, ganz von derselben Beschaffenheit wie am Multiplikator denken wollen; sonach ist der Unterschied zwischen der vorigen und dieser Wirkung

$$\frac{nL - (L + n\lambda)}{L + n\lambda} \cdot \frac{A}{L},$$

welcher positiv oder negativ wird, je nachdem nL gröſser oder kleiner als $L + n\lambda$ ist. Es wird folglich die Wirkung auf die Magnetnadel durch den aus n Windungen gebildeten Multiplikator verstärkt oder geschwächt, je nachdem

die $n$fache reduzirte Länge der Kette ohne Zwiſchenleiter gröſser oder kleiner iſt, als die ganze reduzirte Länge der Kette mit dem Zwiſchenleiter.

Iſt $n\lambda$ unvergleichlich gröſser als L, ſo wird die Wirkung des Multiplikators auf die Nadel

$$\frac{A}{\lambda}.$$

Dieſem Werthe, welcher die äuſserſte Grenze der Wirkung durch den Multiplikator anzeigt, dieſer mag verſtärkend oder ſchwächend wirken, kommen mehrere merkwürdige Eigenſchaften zu, die wir kurz andeuten wollen. Es wird dabei ſtets vorausgeſetzt, daſs der Multiplikator aus ſo vielen Windungen gebildet ſei, daſs die Gröſse ſeiner Wirkung ohne fühlbaren Fehler jenem Grenzwerthe gleich geſetzt werden könne.

Da die Wirkung einer Windung der Kette $\frac{A}{L}$ iſt, während die Wirkung des Multiplikators in Verbindung mit derſelben Kette $\frac{A}{\lambda}$ iſt, ſo erhellet, daſs beide Wirkungen ſich zu einander verhalten wie die reduzirten Längen λ und L; kennt man alſo beide Wirkungen und eine von beiden reduzirten Längen, ſo läſst ſich die andere

ſinden, und eben so läſst sich eine von den beiden Wirkungen aus der andern und den beiden reduzirten Längen angeben.

Da die Grenzwirkung des Multiplikators $\frac{A}{\lambda}$ ist, so wächst sie bei einem unveränderlichen λ in demselben Verhältnisse, als die Summe der Spannungen A in der Kette zunimmt; man kann daher durch die Vergleichung der Grenzwirkungen eines und desselben Multiplikators an verschiedenen Ketten zur Bestimmung ihrer relativen Spannungen gelangen. Zugleich ersieht man, daſs die Grenzwirkung des Multiplikators wächst, wenn mehrere einfache Ketten zu einer voltaischen Verbindung zusammengesetzt werden, und zwar in geradem Verhältnisse der Anzahl aller Elemente. Auf solche Weise kann man in Fällen, wo der Multiplikator in Verbindung mit der einfachen Kette schwächend wirkt, es dahin bringen, daſs er jede beliebige Verstärkung zeigt.

Nennen wir die wirkliche Länge einer Windung des Multiplikators l, sein Leitungsvermögen $\varkappa$ und seinen Querschnitt ω, so ist $\lambda = \frac{l}{\varkappa\omega}$ und

deshalb die Grenzwirkung des Multiplikators

$$\varkappa\omega \cdot \frac{A}{l},$$

woraus folgt, daſs an einer und derselben Kette die Grenzwirkungen zweier Multiplikatoren von gleich groſsen Windungen sich zu einander verhalten, wie die Produkte aus ihrem Leitungsvermögen und ihrem Querschnitte. Diese Grenzwirkungen verhalten sich also bei zwei Multiplikatoren, die in Nichts von einander abweichen, als daſs sie aus zwei verschiedenen Metallen gebildet sind, wie die Leitungsfähigkeiten dieser Metalle, und wenn die Multiplikatoren aus gleichen Windungen und aus einerlei Metall bestehen, so verhalten sich ihre Grenzwirkungen wie ihre Querschnitte.

Allen diesen Bestimmungen liegt jedoch die Voraussetzung zum Grunde, daſs die Wirkung eines Theils der Kette auf die Magnetnadel unter übrigens gleichen Umständen der Gröſse des Stromes proportional sei. Die Rechtmäſsigkeit dieser Voraussetzung haben indessen direkte Versuche schon früher an den Tag gelegt.

28) Wir wenden uns nun zur Betrachtung

einer mehrfachen zu gleicher Zeit beſtehenden Leitung. Stellt man ſich nämlich eine offene Kette vor, deren getrennte Enden durch mehrere neben einander fortlaufende Leiter mit einander verbunden werden, ſo läſst ſich die Frage aufwerfen, nach welchem Geſetze ſich der Strom in die einzelnen neben einander liegenden Leiter vertheilen werde. Man könnte bei der Beantwortung dieſer Frage wieder unmittelbar von den in No. 11. bis 13. enthaltenen Betrachtungen ausgehen, aber einfacher werden wir das Geſuchte aus der in No. 25. entdeckten Eigenthümlichkeit galvaniſcher Ketten herholen, wobei wir der Einfachheit halber vorausſetzen, daſs weder durch das Oeffnen der Kette eine der alten Spannungen aufgehoben, noch durch die in ſie hinein gebrachten Leiter eine neue Spannung eingeführt werde.

Stellen nämlich λ, λ', λ'' etc. die reduzirten Längen der mit den Enden der geöffneten Kette in Verbindung gebrachten Leiter vor, und α den Unterſchied der an den Enden der Kette befindlichen elektroſkopiſchen Kräfte, nachdem die Leiter in ſie hinein gebracht worden ſind, ſo wird,

weil nach der Voraussetzung durch die Leiter keine neue Spannung eingeführt wird, derselbe Unterschied auch an den Enden der einzelnen Nebenleiter hervortreten. Da nun nach No. 13. die Gröſse des Stromes in der Kette der Summe aller Ströme in den Nebenleitern gleich sein muſs, so kann man sich die Kette in eben so viel Theile, als Nebenleiter vorhanden sind, gespaltet denken, dann ist nach No. 25. die Gröſse des Stromes in jedem Nebenleiter und in dem ihm entsprechenden Theile der Kette beziehlich

$$\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\alpha}{\lambda'}, \frac{\alpha}{\lambda''}, \text{ etc.},$$

woraus sich zunächst ergibt, daſs die Gröſse des Stromes in jedem Nebenleiter im umgekehrten Verhältnisse zu seiner reduzirten Länge stehe. Denkt man sich nun einen Leiter von solcher Beschaffenheit, daſs er, statt aller Nebenleiter in die Kette gebracht, den Strom derselben in Nichts ändere, so muſs erstlich nach No. 25. α denselben Werth behalten, und, wenn wir durch Λ die reduzirte Länge dieses Leiters bezeichnen, muſs noch auſserdem sein

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} + \frac{1}{\lambda''} + \text{etc.}$$

Aus vorstehenden Entwickelungen läſst sich nun der Schluſs ziehen, daſs, wenn A die Summe aller Spannungen und L die ganze reduzirte Länge der Kette ohne Nebenleiter bezeichnet, die Gröſse des Stromes, während die Nebenleiter mit der Kette in Verbindung sind, ausgedrückt werde: in der Kette selber durch

$$\frac{A}{L + \Lambda},$$

in dem Nebenleiter, dessen reduzirte Länge λ ist, durch

$$\frac{A}{L + \Lambda} \cdot \frac{\Lambda}{\lambda},$$

in dem Nebenleiter, dessen reduzirte Länge λ' ist, durch

$$\frac{A}{L + \Lambda} \cdot \frac{\Lambda}{\lambda'},$$

in dem Nebenleiter, dessen reduzirte Länge λ'' ist, durch

$$\frac{A}{L + \Lambda} \cdot \frac{\Lambda}{\lambda''},$$

und so fort, wo für Λ sein aus der Gleichung

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} + \frac{1}{\lambda''} + \text{etc.}$$

entnommener Werth zu setzen ist.

29) Daſs im Vorhergehenden der galvanische Strom an allen Orten der Kette von gleicher Gröſse gefunden worden ist, kam daher, weil der aus der Gleichung

$$u = \frac{A}{L} y - O + c$$

gezogene Werth von $\frac{du}{dx}$ konstant war. Dieser Umstand fällt weg, wenn wir von einer der in No. 22. und 23. gegebenen Gleichungen ausgehen. In allen diesen Fällen wird $\frac{du}{dx}$ von x abhängig, welches zu erkennen gibt, daſs die Gröſse des Stromes an verschiedenen Stellen der Kette verschieden ist. Wir können hieraus den Schluſs ziehen, daſs der elektrische Strom nur dann an allen Orten der Kette von gleicher Stärke ist, wenn die Kette bereits einen bleibenden Zustand angenommen hat, und keine fühlbare Einwirkung der Luft auf sie Statt findet. Diese Eigenthümlichkeit scheint auch am geeignetsten, um durch die Erfahrung zu ermitteln, ob die Luft auf eine galvanische Kette einen merklichen Einfluſs ausübe oder nicht, darum wollen wir diesen Fall noch mit einiger Ausführlichkeit vornehmen.

Da nach No. 12. die Gröſse des elektriſchen Stromes durch die Gleichung

$$S = \varkappa\omega \,.\, \frac{du}{dx}$$

gegeben wird, so hat man in jedem beſondern Falle nur den Werth von $\frac{du}{dx}$ aus der zur Beſtimmung der elektroſkopiſchen Kraft gefundenen Gleichung zu nehmen, und ihn in die vorſtehende zu ſetzen. So iſt für eine Kette, welche ihren bleibenden Zuſtand angenommen hat, auf die aber die umgebende Luft einen fühlbaren Einfluſs ausübt, nach No. 22.

$$u = \tfrac{1}{2}a \,.\, \frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} + \tfrac{1}{2}b\, \frac{e^{\beta x} + e^{-\beta x}}{e^{\beta l} + e^{-\beta l}},$$

wobei a die Spannung an der Erregungsſtelle und b die Summe der dieſſeits und jenſeits zunächſt an der Erregungsſtelle befindlichen elektroſkopiſchen Kräfte vorſtellt. Hieraus erhält man

$$S = \varkappa\omega\beta \left(\tfrac{1}{2}a\, \frac{e^{\beta x} + e^{-\beta x}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} + \tfrac{1}{2}b\, \frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{e^{\beta l} + e^{-\beta l}} \right)$$

Dieſer Ausdruck gibt die Gröſse des Stromes an jeder Stelle der Kette zu erkennen; man kann aber das Geſetz, nach welchem ſich die Aenderung des Stromes an verſchiedenen Stellen der

Kette richtet, bequemer auf folgende Weise zur Anschauung bringen. Differenzirt man nämlich die Gleichung

$$S = \varkappa\omega \frac{du}{dx},$$

so erhält man die Gleichung

$$dS = \varkappa\omega \frac{d^2u}{dx^2} dx$$

und durch die Multiplication der beiden

$$SdS = \varkappa^2\omega^2 \frac{d^2u}{dx^2} du.$$

Setzt man nun statt $\frac{d^2u}{dx^2}$ seinen Werth $\beta^2 u$, wie man ihn aus der Gleichung $o = \frac{d^2u}{dx^2} - \beta^2 u$ erhält, so wird

$$SdS = \varkappa^2\omega^2\beta^2 \, u \, du$$

und hieraus erhält man durch Integration

$$S^2 = c^2 + \varkappa^2\omega^2\beta^2 u^2$$

wo c eine noch zu bestimmende Konstante vorstellt. Bezeichnen wir durch u' den kleinsten absoluten Werth, welchen u im Umfange der Kette einnimmt, und durch S' den entsprechenden Werth von S, und bestimmen dem gemäſs die Konstante c, so erhalten wir

$$S^2 - S'^2 = \varkappa^2 \omega^2 \beta^2 (u^2 - u'^2).$$

Aus dieser Gleichung läſst sich nun ohne Mühe ableiten, daſs der Strom einer Kette, auf welche die Luft Einfluſs hat, da am schwächsten ist, wo die elektroskopische Kraft, ohne Rücksicht auf das Zeichen, am kleinsten ist, und daſs er an Stellen, die gleiche, aber entgegengesetzte, elektroskopische Kräfte besitzen, von derselben Gröſse ist.

Anhang.

Ueber
die chemische Kraft
der galvanischen Kette.

Digitized by Google

Ueber die Quelle und die Art der chemischen Veränderungen in einer galvanischen Kette, und über die Natur des davon abhängigen Wogens ihrer Kraft.

30) In vorliegender Abhandlung haben wir stets vorausgesetzt, daſs die Körper, welche von dem elektrischen Strome ergriffen werden, in ihm unausgesetzt dieselben bleiben; nun aber wollen wir auf die Einwirkung des Stromes in die ihm unterworfenen Körper, und auf die daraus möglicher Weise hervorgehenden Aenderungen in ihrer chemischen Beschaffenheit, so wie auf die durch Rückwirkung veranlaſsten Aenderungen des Stromes selbst Rücksicht nehmen. Wenn, was wir hier geben, auch den Gegenstand noch bei weitem nicht erschöpft, so zeigt doch schon unser erster Versuch, daſs wir auf diesem Wege wichtigen Aufschlüssen über das Verhalten der Elektrizität zu den Körpern entgegen gehen.

Um feſten Fuſs zu faſſen, kehren wir wieder zu dem zurück, was von No. 1. bis No. 7. geſagt worden iſt, und knüpfen an die dortigen Benennungen und Entwickelungen unſere jetzigen Betrachtungen an. Wir denken uns daher zwei Körperelemente, und bezeichnen durch s ihre gegenſeitige Entfernung, durch u und u' ihre elektroſkopiſchen Kräfte, die wir in allen Punkten eines und deſſelben Elementes von gleicher Stärke annehmen, dann iſt, wie ſich aus Obigem leicht abnehmen läſst, die abſtoſsende Kraft zwiſchen dieſen beiden Elementen dem Zeittheilchen dt, dem Produkte uu', und auſserdem noch einer von der Lage, Gröſse und Geſtalt der beiden Elemente abhängigen Funktion, die wir mit F' bezeichnen wollen, proportional; man erhält demnach für die abſtoſsende Kraft zwiſchen beiden Elementen den Ausdruck

$$F' u u' dt.$$

Verfahren wir hier wieder auf dieſelbe Weiſe wie in No. 6., und verſtehen unter dem *Einwirkungsmomente* x' zwiſchen zwei Orten das Produkt aus der unter völlig beſtimmten Umſtänden zwiſchen beiden ſich erzeugenden Kraftäuſserung

q' in ihre mittlere Entfernung s', so daſs also

$$\varkappa' = q' \,.\, s',$$

und bestimmen q' in der Art, daſs wir $u = u' = 1$ in dem Ausdrucke $F' uu' dt$ setzen und die Wirkung auf die Zeiteinheit ausdehnen, so wird

$$\varkappa' = F' s',$$

woraus folgt

$$F' = \frac{\varkappa'}{s'}.$$

Denken wir uns nun, wie schon in No. **11.** geschehen ist, die prismatische Kette in lauter gleich groſse, unendlich dünne Scheiben zerlegt, und nennen M', M, $M_{,}$ diejenigen unmittelbar auf einander folgenden, welche zu den Abscissen $x + dx$, x, $x - dc$ gehören, so ist, nach dem, was eben gezeigt worden ist, der Druck, welchen die Scheibe M' auf die Scheibe M ausübt,

$$F' uu' dt,$$

und wenn wir annehmen, daſs die Lage, Gröſse und Gestalt der Körperelemente in allen Scheiben dieselbe bleibt, so daſs die Funktion F' von einer Scheibe zur andern sich nicht ändert, so ist der Gegendruck, den die Scheibe $M_{,}$ auf die Scheibe M ausübt,

$$F' u u_{,} dt;$$

der Unterschied dieser beiden Eindrücke, nämlich

$$F' u (u' - u_{,}) dt$$

gibt, sonach die Gröſse der Kraft zu erkennen, womit die Scheibe M längs der Achse der Kette sich hinzubewegen strebt. Diese Kraft wirkt gegen die Richtung der Abscissen, wenn ihr Werth positiv ist, und in der Richtung der Abscissen, wenn er negativ ist.

Setzen wir für $u' - u_{,}$ seinen aus den in No. 11. für u' und $u_{,}$ gegebenen Entwickelungen hervorgehenden Werth, so verwandelt sich der eben gefundene Ausdruck in folgenden

$$2 F' u \frac{du}{dx} dx\, dt,$$

und nehmen wir statt der von der Natur eines jeden Körpers abhängigen Funktion F' ihren Werth $\frac{\varkappa'}{s'}$, so geht jener Ausdruck, weil das dortige s' hier offenbar dx ist, über in

$$2 \varkappa' u \frac{du}{dx} dt,$$

oder wenn wir das, auf die Gröſse des Querschnittes ω sich beziehende Einwirkungsmoment

$\varkappa'$ auf die Flächeneinheit zurückführen, und zugleich die Wirkung auf die Zeiteinheit ausdehnen, in

$$2\,\varkappa'\,\omega\,u\,\frac{du}{dx},$$

wo das jetzige $\varkappa'$ die Gröſse des auf die Flächeneinheit bezogenen Einwirkungsmomentes bezeichnet. Schreiben wir diesen letzten Ausdruck so:

$$2\,\frac{\varkappa'}{\varkappa}\,\varkappa\,\omega\,u\,\frac{du}{dx},$$

wobei $\varkappa$ das absolute Leitungsvermögen der Kette vorstellt, und setzen wir für $\varkappa\omega\,\frac{du}{dx}$, wodurch in Folge der Gleichung (*b*) (No. 12.) die Gröſse des elektrischen Stromes ausgedrückt wird, das dafür gewählte Zeichen S, und i für $\frac{\varkappa'}{\varkappa}$, so verwandelt er sich in

$$2\,i\,u\,S.$$

Wir sehen hieraus, daſs die Kraft, womit die einzelnen Scheiben in der Kette sich zu bewegen streben, der in ihnen wohnenden elektroskopischen Kraft sowohl, als der Gröſse des Stromes proportional ist, und daſs diese Kraft ihre Richtung an der Stelle der Kette ändert, wo die

Elektrizität aus dem einen in den entgegen geſetzten Zustand übergeht. Und es findet hierbei der nicht zu übersehende Umstand Statt, daſs jener Ausdruck noch gültig bleibt, wenn auch die elektroskopische Kraft u des Elementes M in dem Augenblicke der Wirkung durch irgend Ursachen in eine beliebige andere, abnormale U abgeändert wird, während die elektroskopischen Kräfte der Nachbarelemente dieselben bleiben; nur muſs dann in dem Ausdrucke $2\,i\,u\,S$ der Werth U für u gesetzt werden. Uebrigens ist zu bemerken, daſs der gefundene Ausdruck $2iuS$ sich auf die ganze Ausdehnung des Querschnittes ω bezieht, welcher dem Theile der Kette angehört, den man gerade vor Augen hat; will man dieselbe bewegende Kraft der Kette auf die Flächeneinheit zurück führen, so muſs man jenen Ausdruck noch mit der Gröſse des Querschnittes ω dividiren.

Ueber das Kausalverhältniſs zwischen dem Gesetze der elektrischen Anziehungen und Abstoſsungen und dem der Elektrizitätsverbreitung, oder über die Abhängigkeit der Funktionen x und x' von einander, wollen wir jetzt keine weitern

Untersuchungen anstellen, da sich dazu in Kurzem eine Gelegenheit darbieten wird. Wir begnügen uns hier mit der Bemerkung, daſs obige Darstellungsweise aus dem Bestreben hervor gegangen ist, die Gleichheit der Behandlung in der Elektrizitäts- und in der Wärmelehre recht anschaulich zu machen.

31) Ohne diese Bedingungen zu einer äuſsern Ortsveränderung der Theile einer galvanischen Kette weiter zu verfolgen, wenden wir uns sogleich zu jenen Umwandlungen, welche durch den elektrischen Strom in der qualitativen Beschaffenheit der Kette, d. h. in der innern Beziehung der Theile zu einander herbei geführt werden, und aus der elektrochemischen Theorie der Körper ihre Erklärung erhalten. Dieser Theorie gemäſs müssen wir die zusammengesetzten Körper als eine Vereinigung von Bestandtheilen ansehen, die ungleichen elektrischen Werth, oder mit andern Worten, ungleiche elektroskopische Kraft besitzen. Es unterscheidet sich aber diese in den Bestandtheilen der Körper ruhende elektroskopische Kraft von der, welche wir bisher betrachtet haben, darin, daſs sie an das Wesen der Körper-

elemente gekettet ist, und von dem einen zum andern nicht übergehen kann, ohne daſs die ganze Art des Seins der Körpertheile aufgehoben würde. Beschränken wir uns daher in nachstehenden Betrachtungen auf den Fall, wo zwar Aenderungen in dem quantitativen Verhältnisse der Bestandtheile und darum chemische Veränderungen des aus diesen Bestandtheilen zusammen gesetzten Körpers eintreten, die Bestandtheile selbst aber keiner ihre Natur aufhebenden Veränderung ausgesetzt sind, so können wir alle oben von elektrischen Körpern in Beziehung auf ihre gegenseitige Anziehung oder Abstoſsung entwickelten Gesetze auch hier wieder geltend machen, nur der Uebergang der Elektrizität von einem Elemente zum andern fällt bei der Betrachtung chemisch differenter Bestandtheile ganz weg. Es tritt hier in Bezug auf Elektrizität eine Unterscheidung ein, die der ganz ähnlich ist, welche wir bei der Wärme dadurch zu bezeichnen pflegen, daſs wir sie bald gebundene, bald freie Wärme nennen. Der Kürze wegen werden wir ebenfalls diejenige elektroskopische Kraft, welche zum Wesen der Bestandtheile gehört, deren sich die Bestandtheile

daher auch nicht entäuſsern können, ohne damit ihre Art des Seins zugleich aufzugeben, die an die Körper *gebundene Elektrizität* nennen, und *freie Elektrizität* diejenige, welche zum Fortbestehen der Körper in ihrer Besonderheit nicht erforderlich ist, und die daher einen Uebergang von dem einen Körpertheile zum andern haben kann, ohne daſs deshalb die einzelnen Theile gezwungen würden, ihre spezifiſche Art des Seins mit einer andern zu vertauschen.

32) Aus diesen in der Elektrochemie aufgestellten Voraussetzungen, in Verbindung mit dem, was in Nr. 30. über die Art, wie die galvanische Kette auf Scheiben von verschiedener elektrischer Beschaffenheit eine verschiedene mechanische Gewalt ausübt, gesagt worden ist, folgt nun sogleich, daſs, wenn eine zur Kette gehörige Scheibe aus Bestandtheilen von ungleichem elektrischen Werthe zusammen gesetzt ist, die Nachbarscheiben auf diese beiden Bestandtheile eine ungleiche anziehende oder abstoſsende Wirkung äuſsern werden, wodurch in ihnen ein Bestreben, sich von einander zu entfernen, rege gemacht wird, welches, wenn es ihren Zusammenhang zu überwin-

O 2

den im Stande ist, eine wirkliche Trennung der Bestandtheile nach sich ziehen muſs. Wir wollen dieses Vermögen der galvanischen Kette, womit sie die Körperelemente in ihre Bestandtheile zu zerlegen strebt, ihre *zersetzende Kraft* nennen, und darauf ausgehen, die Gröſse dieser Kraft näher zu bestimmen.

Indem wir zu diesem Behufe alle in No. 30. eingeführten Bezeichnungen auch hier noch gelten lassen, denken wir uns auſserdem jede Scheibe aus zwei Bestandtheilen A und B zusammengesetzt, und bezeichnen durch m und n die gebundenen elektroskopischen Kräfte der Bestandtheile A und B, wenn die Scheibe M blos mit dem einen von beiden, unter gänzlichem Ausschlusse des andern, angefüllt wäre, gleichwie u die in derselben Scheibe vorhandene, über beide Bestandtheile gleichmäſsig verbreitete, freie elektroskopische Kraft vorstellt. Nehmen wir nun zur Vereinfachung der Rechnung an, daſs die beiden Bestandtheile A und B vor und nach ihrer Vereinigung stets dieselbe Summe der Räume behaupten, und bezeichnen die gebundene, dem jedesmaligen Mischungsverhältnisse entsprechende,

in der Scheibe *M* enthaltene, von dem Beſtandtheile *A* herrührende, elektroskopiſche Kraft durch *mz*, so drückt *n* (1 — *z*) die gebundene, in derselben Scheibe *M* vorhandene, von dem Beſtandtheile *B* herrührende, elektroskopiſche Kraft aus. — Denn die Intensität der über einen Körper verbreiteten Kraft nimmt in dem Maaſse ab, in welchem der Raum, den der Körper einnimmt, gröſser wird, weil durch die vermehrte Entfernung der Körpertheilchen von einander ihre auf eine bestimmte Ausdehnung bezogene Wirkungssumme in demselben Maaſse vermindert wird. Wenn aber zwei Bestandtheile sich zu einem Gemische vereinen, dadurch, daſs sich beide einander wechselseitig durchdringen, so dehnt sich jeder über den ganzen Raum des Gemisches aus; deshalb nimmt die Intensität der eigenthümlichen Kraft eines jeden Bestandtheiles durch die Mischung in demselben Verhältnisse ab, in welchem der Raum des Gemisches gröſser ist, als der Raum, den jeder Bestandtheil vor der Mischung einnahm. Bezeichnet mithin *z* das Verhältniſs des Raumes, welchen der in der Scheibe *M* befindliche Bestandtheil *A* vor der Mischung einnimmt, zu dem

Raume, welchen das Gemisch in der Scheibe *M* ausfüllt, und also, weil wir annehmen, daſs beide Bestandtheile vor und nach der Mischung dieselbe Summe ihres Rauminhaltes behaupten, $1 - z$ dasselbe Verhältniſs hinsichtlich des Bestandtheiles *B*, so stellen, weil *m* und *n* die elektroskopischen Kräfte der Bestandtheile *A* und *B* vor der Mischung bezeichnen, mz und $n(1 - z)$ die gebundenen elektroskopischen Kräfte der Bestandtheile *A* und *B* vor, welche dem jedesmaligen Mischungsverhältnisse der Scheibe *M* entsprechen, und zugleich geht aus dem Gesagten hervor, daſs die veränderlichen Werthe z und $1 - z$ die Grenzen o und 1 nicht überschreiten können.

Um den, einem jeden Bestandtheile zukommenden, Antheil von der freien Elektrizität u ermitteln zu können, wollen wir annehmen, daſs sich diese über die einzelnen Bestandtheile im Verhältnisse ihrer Massen verbreite. Bezeichnet man daher beziehlich durch α und β die Massen der Bestandtheile *A* und *B*, wenn jeder für sich, mit Ausschluſs des andern, die ganze Scheibe erfüllte, so stellen αz und $\beta(1 - z)$ die Massen der in der Sceheib *M* vereinigten Bestandtheile

A und *B* vor; es kommen folglich den Bestandtheilen *A* und *B* von der freien Elektrizität *u* die Antheile

$$\frac{\alpha u z}{\alpha z + \beta (1 - z)} \text{ und } \frac{\beta u (1 - z)}{\alpha z + \beta (1 - z)}$$

zu, wofür wir der Kürze wegen

$$\alpha U z \text{ und } \beta U (1 - z)$$

schreiben wollen.

Zieht man nun das, was in Nr. 30. über die bewegende Kraft der galvanischen Kette gesagt worden ist, in Erwägung, so ergibt sich sogleich, daſs das Bestreben des Bestandtheiles *A* zur Bewegung längs der Kette ausgedrückt wird durch

$$2i (m + \alpha U) z S,$$

oder das des Bestandtheiles *B* durch

$$2i (n + \beta U) (1 - z) S.$$

In beiden Fällen gibt ein positiver Werth des Ausdruckes zu erkennen, daſs der Druck gegen die Richtung der Abscissen geschieht; ein negativer Werth dagegen zeigt an, daſs der Druck in der Richtung der Abscissen ausgeübt wird. Um aus diesen einzelnen Bestrebungen der Bestandtheile die Kraft abzuleiten, mit der beide bemüht sind, sich von einander loszureisen, müssen wir

bedenken, daſs diese Kraft durch den doppelten Unterschied zwischen den Bewegungsgröſsen, die jeder Bestandtheil für sich annähme, wenn er mit dem andern durch gar keinen Zusammenhang verknüpft wäre, und jenen Bewegungsgröſsen, die jeder Bestandtheil annehmen müſste, wenn er mit dem andern ſest verbunden wäre, gegeben wird. Auf solche Weise findet man nun ohne Mühe für die zersetzende Kraft der Kette folgenden Ausdruck:

$$4i \,.\, z\,(1-z) \,.\, \frac{m\beta - n\alpha}{\alpha z + \beta\,(1-z)} \,.\, S,$$

durch welchen wir erfahren, daſs die zersetzende Kraft der Kette dem elektrischen Strome und auſserdem einem von der chemischen Beschaffenheit einer jeden Stelle der Kette abhängigen Koeffizienten proportional ist.

Erhält dieser Ausdruck einen positiven Werth, so zeigt dieſs an, daſs die Losreisung des Bestandtheiles *A* gegen die Richtung der Abscissen, die des Bestandtheiles *B* in der Richtung der Abscissen erfolge; erhält aber jener Ausdruck einen negativen Werth, so gibt dieſs eine Losreisung im enteggen gesetzten Sinne zu erkennen.

Uebrigens nimmt man auf den ersten Blick wahr, daſs die zersetzende Kraft der Kette stets durch den absoluten Werth des Ausdruckes bestimmt wird.

Ist $\alpha = \beta$, so verwandelt sich die zersetzende Kraft der Kette in

$$4i \,.\, z\,(1-z)\,(m-n)\,.\,S.$$

Ist $mz + n\,(1-z) = o$, d. h., sind die, in den vereinigten Bestandtheilen herrschenden, gebundenen elektroskopischen Kräfte gleich und entgegen gesetzt, oder, was dasselbe sagen will, ist der in der Scheibe M befindliche Körper vollkommen neutral, in welchem Falle m und n stets entgegengesetzte Werthe haben, so erhält man für die zersetzende Kraft der Kette folgenden Ausdruck:

$$4i \,.\, \frac{mn}{n-m} \,.\, S.$$

Die Form des für die zersetzende Kraft der Kette gefundenen allgemeinen Ausdruckes gibt zu erkennen, daſs diese Kraft verschwindet: Erstens, wenn $S = o$, d. h., wenn kein elektrischer Strom vorhanden ist; zweitens, wenn $z = o$ oder $z = 1$, d. h., wenn der zu zersetzende Körper

nicht zusammen gesetzt ist; drittens, wenn $m\mathfrak{z} - n\mathfrak{x} = o$ ist, d. h., wenn die Dichtigkeiten der Bestandtheile den in ihnen liegenden, gebundenen elektroskopischen Kräften proportional sind, welcher Umstand bei Bestandtheilen von entgegengesetzter elektrischer Beschaffenheit nie eintreten kann.

Alle hier für die zersetzende Kraft der Kette gegebenen Ausdrücke erstrecken sich über den ganzen, zur betreffenden Stelle gehörigen, Querschnitt; will man den Werth der zersetzenden Kraft auf die Flächeneinheit zurückführen, so muſs man jenen Ausdruck noch mit der Gröſse des Querschnittes dividiren, wie in No. 30. an einem ähnlichen Beispiele schon erinnert worden ist.

33) Ist diese zersetzende Kraft der Kette im Stande, den durch ihren elektrischen Gegensatz bedingten Zusammenhang der in der Scheibe liegenden Bestandtheile zu überwinden; so hat dieſs nothwendig eine Veränderung in dem Mischungsverhältnisse der Bestandtheile zur Folge. Eine solche Aenderung in der physischen Konstitution der Kette muſs aber zugleich auf den elektrischenStro m selbst rückwirkend sein und

in ihm Veränderungen hervor rufen, deren nähere Kenntniſs wünschenswerth ist, weshalb wir, dahin zu gelangen, die Mühe nicht scheuen wollen.

Wir denken uns zu dem Ende auf eine Strecke der galvanischen Kette einen flüssigen homogenen Körper, in welchem eine solche Zersetzung wirklich vor sich gehet, so werden auf allen Punkten dieser Strecke die Elemente der einen Art mit gröſserer Kraft nach der einen Seite der Kette sich hinzubewegen streben, als die der andern Art, und weil wir voraussetzen, daſs durch die wirkenden Kräfte der Zusammenhang beider Bestandtheile überwunden wird, so folgt, wenn wir auf die Natur flüssiger Körper gehörig Rücksicht nehmen, daſs die einen Bestandtheile sich in der That nach der einen, die andern Bestandtheile hingegen nach der andern Seite der Strecke hinziehen müssen, wodurch nothwendig auf der einen Seite ein Uebergewicht vom Bestandtheile der einen Art, auf der andern Seite hingegen ein Uebergewicht vom Bestandtheile der andern Art hervorgebracht wird. So wie aber ein Bestandtheil auf der einen Seite irgend einer Scheibe überwiegend ist, wird er sich

durch sein Uebergewicht der Bewegung des gleichen Bestandtheiles in der Scheibe nach seiner Seite hin, in Folge der zwischen beiden Statt ſindenden repulsiven Kraſt, widersetzen; daher hat die zersetzende Kraſt jetzt nicht nur den Zusammenhang zwischen beiden Bestandtheilen in der Scheibe zu überwinden, sondern auſserdem auch noch die gegenwirkende Kraſt in den Nachbarscheiben. Nun können zwei Fälle eintreten, entweder überwiegt die zersetzende Kraſt des elektrischen Stromes fortwährend alle sich ihr entgegensetzenden Kräſte, und dann endigt sich die Wirkung offenbar mit einer gänzlichen Trennung der Bestandtheile, wobei die ganze Masse des einen sich nach dem einen Ende der Strecke hinzieht, und die ganze Masse des andern Bestandtheiles wird nach dem andern Ende dieser Strecke hingedrängt; oder es ſindet zwischen den wirkenden Kräſten ein solches Verhältniſs Statt, daſs die der Trennung widerstehenden Kräſte zu irgend einer Zeit der zersetzenden Kraſt das Gleichgewicht halten, dann wird von dieser Zeit an keine fernere Zerlegung mehr Statt ſinden, und die Strecke wird sich in einem merkwürdigen Zu-

stande einer besondern Vertheilung der beiden Bestandtheile befinden, dessen Natur wir nun erforschen wollen. Nennen wir Z die zersetzende Kraft des Stromes an irgend einer Scheibe der in der Zersetzung begriffenen Strecke, Y die Gröſse der Gegenwirkung, womit die Nachbarscheiben der Zersetzung durch den elektrischen Strom widerstehen, und X die Gröſse des Zusammenhangs der beiden Bestandtheile in derselben Scheibe, so wird offenbar der Zustand einer bleibenden Vertheilung innerhalb der vorgestellten Strecke bestimmt werden durch die Gleichung

$$X + Y = Z,$$

und es ist aus der vorigen Nummer schon bekannt, daſs

$$Z = 4i\,z\,(1-z)\,\frac{m\beta - n\alpha}{\alpha z + \beta\,(1-z)}\,.\,S;$$

oder wenn wir $\varkappa\omega\,\frac{du}{dx}$ für S setzen

$$Z = 4\varkappa\omega\,\frac{du}{dx}\,.\,iz\,(1-z)\,\frac{m\beta - n\varkappa}{\alpha z + \beta\,(1-z)}.$$

Ehe wir weiter vorwärts schreiten, fügen wir zu dem eben Gesagten noch folgende Bemerkungen hinzu. An den Grenzen der in Rede

stehenden Strecke stellen wir uns die Kette so beschaffen vor, daſs daselbst jeder ferneren Bewegung unübersteigliche Hindernisse in den Weg treten; denn es läſst sich sogleich einsehen, daſs auſserdem die äuſsersten Schichten beider Bestandtheile — die, wie in die Augen fällt, von selbst nie ins Gleichgewicht kommen können — die Strecke, in welcher wir sie uns bisher immer vorgestellt haben, verlassen, und entweder an die nächsten Theile der Kette übergehen, oder aus irgend andern Gründen von der Kette sich ganz und gar absondern müſsten. Die zuletzt erwähnten Modifikationen der Erscheinung werden wir hier nicht weiter verfolgen, obgleich sie in der Natur häufig angetroffen werden, wie die Wasserzersetzung, die Oxydation oder Säuerung der Metalle auf der einen Seite, und eine bisher weniger beobachtete, aber durch *Pohl's* merkwürdige Versuche, über die von ihm sogenannte Reaktion der Metalle, in ihrem ganzen Umfange auſser allen Zweifel gesetzte, auf der andern Seite der Strecke an den Metallen vorfallende, chemische Aenderungen von entgegengesetzter Art hinlänglich darthun. Uebrigens wollen wir noch

auf einen Unterschied aufmerksam machen, der zwischen der oben untersuchten Elektrizitätsverbreitung und der jetzt betrachteten Molekularbewegung Statt findet. Wenn nämlich dieselben Kräfte, welche vorhin die Leitung der Elektrizität bewirkten, und dort, gleichsam ohne Leib, ungehindert mit sich selber kämpfen, hier an Massen sich üben, durch die ihre freie Wirksamkeit beschränkt wird — eine Beschränkung, die, wir mögen die Elektrizität an sich für etwas Materielles halten oder nicht, ihre jetzigen Geschwindigkeiten ohne allen Vergleich geringer als die vorigen machen muſs —, so dürfen wir auf keinen Fall erwarten, daſs der bleibende Zustand, den wir jetzt untersuchen, gleich dem oben bei der Elektrizitätsvertheilung wahrgenommenen, augenblicklich eintreten werde; vielmehr haben wir uns darauf zu versehen, daſs der in dem Mischungsverhältnisse beider Bestandtheile erfolgende bleibende Zustand erst nach einer merklichen, obschon längern oder kürzern, Zeit eintreten werde.

Nach diesen Bemerkungen gehen wir nun zur Bestimmung der einzelnen Werthe X und Y über.

34) Um den Werth X zu erhalten, haben wir blos zu berücksichtigen, daſs die Stärke des Zusammenhangs durch die Kraft bestimmt wird, womit die beiden neben einander gelagerten Bestandtheile vermöge ihres elektrischen Gegensatzes sich einander anziehen oder abstoſsen, und also, wie in No. 30. dargethan worden ist, dem Produkte aus den, in den Bestandtheilen der Scheibe M liegenden, gebundenen elektroskopischen Kräften mz und $n\ (1-z)$ proportional, und auſserdem von einer aus der Gröſse, Gestalt und Entfernung, der verschiedenartigen Körpertheilchen herzuholenden Function, die wir mit 4φ bezeichnen wollen, abhängig ist. Es ist demnach, wenn wir den Zusammenhang auf die Gröſse des Querschnittes ω beziehen,

$$X = -4\varphi mnz\ (1-z)\ \omega.$$

Wir haben dem für die Gröſse des Zusammenhangs gefundenen Ausdrucke das Zeichen — vorgesetzt, weil eine gegenseitige Anziehung der Bestandtheile nur dann erfolgt, wenn m und n entgegengesetzte Zeichen haben; wenn m und n einerlei Vorzeichen haben, so äuſsern die Bestandtheile eine zurückstoſsende Wirkung auf einan-

der, die der zerſetzenden Kraft nicht mehr hinderlich, ſondern förderlich iſt. Nach dieſer Erinnerung wird man nun auf den erſten Blick gewahr, daſs der Funktion φ ein poſitiver oder negativer Werth beigelegt werden müſſe, je nachdem der für die zerſetzende Kraft Z genommene Ausdruck poſitiv oder negativ iſt; daher ſpringt das Zeichen der Funktion φ in das entgegen geſetzte über, wenn die Richtung der Zerſetzung von dem einen Beſtandtheil auf den andern verlegt wird. Die Natur der Funktion φ iſt uns ſo wenig bekannt, als die Gröſse und Geſtalt der Körperelemente, von denen ſie abhängig iſt; indeſſen können wir bei unſerer Unterſuchung ihren abſoluten Werth als konſtant anſehen, da die Gröſse und Geſtalt der auf einander wirkenden Körpertheilchen als unveränderlich gedacht werden muſs, ſo lange die beiden Beſtandtheile dieſelben bleiben, und zudem dürfte die Annahme, daſs die beiden Beſtandtheile in jedem Miſchungsverhältniſſe ſtets dieſelbe Summe der Räume behaupten, eine Berückſichtigung der gegenſeitigen Entfernung der chemiſch von einander verſchiedenen Körpertheilchen überflüſſig

machen, weil schon bei der Bestimmung der in der Scheibe M liegenden elektroskopischen Kräfte auf die relativen Entfernungen der Elemente eines jeden Bestandtheiles unter sich Rücksicht genommen worden ist.

35) Um nun die Gröſse der Gegenwirkung Y zu bestimmen, welche in der Scheibe M der zersetzenden Kraft durch die gebundene Elektrizität der Nachbarscheiben entgegen gestellt wird, haben wir nichts weiter zu thun, als in dem Ausdrucke für Z statt u die Summe der in der Scheibe M gebundenen elektroskopischen Kräfte zu setzen. Da nun die Summe dieser gebundenen Kräfte $mz + n\,(1 - z)$ ist, so erhält man zur Bestimmung der Kraft Y, welche durch die Mischungsänderung der Bestandtheile hervor gebracht wird und der Zersetzung entgegen wirkt, nach gehöriger Bestimmung des Vorzeichens folgende Gleichung:

$$Y = 4\varkappa\omega\,\frac{dz}{dx}\,.\,i\,(n - m)\,.\,z\,(1 - z)\,.\,\frac{m\beta - n\alpha}{\alpha z + \beta\,(1 - z)}\,.$$

Setzen wir nun die für x, y und z gefundenen Werthe in die Gleichung

$$X + Y = Z,$$

so erhalten wir, nach Weglassung des gemeinschaftlichen Faktors $4z\,(1-z)$ und geschehener Multiplikation der Gleichung durch $\frac{\alpha z + \beta\,(1-z)}{i\,(m\beta - n\alpha)}$, für die Bedingung des bleibenden Zustandes in dem Mischungsverhältnisse der beiden Bestandtheile nachstehende Gleichung:

$$o = \varkappa\omega\,\frac{du}{dx} + \frac{\varphi\, m n}{i\,(m\beta - n x)} \times$$

$$.\,[\alpha z + \beta\,(1-z)]\,\omega - \varkappa\omega\,(n-m)\,\frac{dz}{dx},$$

welche, wenn wir

$$\frac{\varphi\, m n}{i\,(m\beta - n\alpha)} = \psi = \frac{\varkappa\,\varphi\, m n}{\varkappa'\,(m\beta - n\alpha)}$$

setzen, übergeht in

$$o = \varkappa\omega\,\frac{du}{dx} + \psi\omega\,[\alpha z + \beta\,(1-z)] -$$

$$-\,\varkappa\,\omega\,(n-m)\,\frac{dz}{dx}. \qquad (\eth)$$

Diese Gleichung ändert sich nicht, wie auch die Natur der Sache verlangt, wenn man m, α, z und n, β, $1-z$ beziehlich mit einander verwechselt, und zugleich das Zeichen von φ in das entgegengesetzte verwandelt, wie nach der in der vorigen Nummer beigebrachten Erinnerung ge-

schehen muſs, weil durch diese Verwechselung die Richtung der Zersetzung von dem einen Bestandtheile auf den andern übergetragen wird.

36) Um nun aus dieser Gleichung die Art der Vertheilung beider Bestandtheile in der Flüssigkeit, d. h. den Werth von z ableiten zu können, müſsten wir das Leitungsvermögen $\varkappa$ und die elektroskopische Kraft u an jeder Stelle der in der Zersetzung begriffenen Strecke kennen, deren Werthe aber selbst wieder von jener Vertheilung abhängig sind. Die Erfahrung läſst uns über die Aenderung der Leitungsfähigkeit, welche eintritt, wenn zwei Flüssigkeiten in verschiedenen Verhältnissen mit einander gemischt werden, sowohl, als über das Gesetz der Spannungen, welches verschiedene aus denselben Bestandtheilen, aber in abgeändertem Verhältnisse gemischte Flüssigkeiten bei der Berührung befolgen, bis jetzt noch in Ungewiſsheit; denn in Bezug auf das letztere Gesetz sind, wenn wir nicht irren, noch gar keine Versuche angestellt, und das Gesetz der Aenderung in dem Leitungsvermögen einer Flüssigkeit durch Beimischung einer andern ist durch die hierüber von *Gay Lussac* und *Davy* ge

machten Erfahrungen noch nicht entschieden ausgemacht. Aus diesem Grunde haben wir uns bewogen gefunden, den Mangel an Erfahrung durch Hypothesen zuzudecken. Wir haben dabei zwar stets die Natur der fraglichen Wirkung in ihrem Zusammenhange mit solchen, deren Eigenthümlichkeiten schon bekannter sind, aufzufassen uns bemüht, aber darum wollen wir die von uns gegebenen Bestimmungen doch für nichts weiter als für Fiktionen angesehen wissen, die nur so lange stehen bleiben sollen, bis wir durch die Erfahrung in den Besitz der wahren Gesetze gekommen sein werden.

Was nun zunächst die Aenderung in der Leitungsfähigkeit eines Körpers durch Beimischung eines andern betrifft, so haben uns dabei folgende Betrachtungen geleitet. Wir dachten uns zwei neben einander liegende Theile einer Kette von einem und demselben Querschnitte ω, deren Längen v und w und deren Leitungsvermögen a und b sein mögen, so ist, wenn A die Summe der Spannungen in der Kette und L die reduzirte Länge des noch übrigen Theils der Kette be-

zeichnet, die Gröſse ihres Stromes, wie sich aus den oben gefundenen Formeln ergibt, folgende:

$$\frac{A}{L + \frac{v}{a\omega} + \frac{w}{b\omega}}.$$

Soll nun ein Leiter von der Länge $v + w$ und dem Leitungsvermögen $\varkappa$ bei demselben Querschnitte, anstatt der beiden vorigen genommen, den Strom der Kette ungeändert lassen, so muſs bekanntlich

$$\frac{v}{a\omega} + \frac{w}{b\omega} = \frac{v + w}{\varkappa\,\omega}$$

sein, woraus man findet

$$\varkappa = \frac{ab(v + w)}{bv + aw}.$$

Nun ist es aber für die Gröſse des Stromes völlig gleichgültig, ob die ganze Länge v neben der ganzen Länge w liege, oder ob aus beiden irgend wie viele Scheiben gebildet werden, die man in einer beliebigen Ordnung auf einander folgen läſst, wenn nur die äuſsersten Theile von derselben Art bleiben, weil auſserdem eine Aenderung in der Summe der Spannungen, somit auch in der Gröſse des Stromes eintreten könnte. Dehnen wir dieses für jede mechanische Mengung

gültige Gesetz auch auf die chemische Mischung aus, so gibt obiger für $\varkappa$ gefundene Werth offenbar das Leitungsvermögen des Gemisches zu erkennen, wobei jedoch vorausgesetzt worden ist, daſs die beiden Theile der Kette auch nach der Mischung noch dieselbe Summe ihrer Räume einnehmen, denn v und w sind hier augenscheinlich den Ausdehnungsgröſsen der beiden mit einander gemischten Körper proportional.

Wenden wir nun dieses Resultat auf unsern Gegenstand an, und setzen deshalb statt v und w die Werthe z und $1-z$, welche die Raumverhältnisse der beiden Bestandtheile in der Scheibe M ausdrücken, so erhalten wir, wenn a die Leitungsfähigkeit des einen Bestandtheils A und b dasselbe für den Bestandtheil B, ferner $\varkappa$ die Leitungsfähigkeit des in der Scheibe M enthaltenen Gemisches aus beiden bezeichnet, für $\varkappa$ folgenden Ausdruck:

$$\varkappa = \frac{ab}{a+(b-a)z}.$$

37) Nachdem so das Leitungsvermögen an jeder Stelle der in der Zersetzung begriffenen Strecke bestimmt worden ist, bleibt nur noch die

Natur der Funktion u an jeder solchen Stelle aufzuſinden übrig, und da alle Spannungen und reduzirten Längen in dem Theile der Kette, worin keine chemische Aenderung vorfällt, unveränderlich und gegeben sind, so wird in Gemäſsheit der in No. 18. gegebenen, auch in unserm jetzigen Falle noch gültigen allgemeinen Gleichung zur vollständigen Kenntniſs der Funktion u nur noch erfordert, daſs man die Spannungen und reduzirten Längen für jede Stelle innerhalb der Strecke, worin die chemische Aenderung vorfällt, anzugeben wisse.

Es ist aber offenbar die reduzirte Länge der Scheibe M

$$\frac{dx}{\varkappa\omega},$$

oder wenn wir für $\varkappa$ seinen eben gefundenen Werth setzen

$$\frac{a+(b-a)\,z}{a\,b\,\omega}\,dx;$$

wir erhalten demnach die reduzirte Länge eines beliebigen Theils jener Strecke, wenn wir den vorstehenden Ausdruck integriren, und die Grenzen des Integrals dem Anfang und dem Ende

des Theiles entsprechend nehmen. Erwägt man nun, daſs das Integral

$$\int \frac{a + (b - a)\, z}{a\, b\, \omega}\, dx$$

sich auch so schreiben läſst:

$$\frac{l}{b\,\omega} + \frac{b-a}{a\,b\,\omega^2} \int z\,\omega\, dx,$$

wenn l die Länge des Theils vorstellt, über welchen das Integral ausgedehnt werden soll, und daſs $z\,\omega\, dx$ nichts anders als den Raum ausdrückt, welchen der Bestandtheil A in der Scheibe M einnimmt, mithin $\int z\,\omega\, dx$ die Summe aller Räume, welche der Bestandtheil A in dem Theile erfüllt, dessen reduzirte Länge gefunden werden soll, so überzeugt man sich leicht, daſs die reduzirte Länge der ganzen in der Zersetzung begriffenen Strecke während der Dauer der chemischen Umwandlung unveränderlich dieselbe bleibe, weil, wie wir vorausgesetzt haben, jeder Bestandtheil unter allen Umständen stets dieselbe Summe seiner Räume behauptet. Dasselbe Resultat läſst sich auch unmittelbar aus dem, was in voriger Nummer aufgestellt worden ist, ableiten; es gilt jedoch diese Unveränderlichkeit nur von der re-

duzirten Länge der *ganzen* Strecke, die reduzirte Länge eines *Theils* derselben ist im Allgemeinen nicht blos von der wirklichen Länge dieses Theils, sondern auch von der jedesmaligen chemischen Vertheilung der Bestandtheile in der Strecke abhängig, und muſs daher in jedem besondern Falle auf die angezeigte Weise erst aufgefunden werden.

38) Schlieſslich ist nun noch die Aenderung in der Spannung der Kette zu bestimmen übrig, welche durch die chemische Umwandlung der Strecke, von welcher bisher immer die Rede war, veranlaſst wird. Zu dem Ende stellen wir, bis die Erfahrung uns eines Bessern belehrt, den Satz auf, daſs die Gröſse der elektrischen Spannung zwischen zwei Körpern, erstlich der Differenz ihrer gebundenen elektroskopischen Kräfte, und dann einer von der Gröſse, Lage und Gestalt der Körpertheilchen, welche an der Berührungsstelle auf einander einwirken, abhängigen Funktion, die wir den *Koeffizienten der Spannung* nennen werden, proportional sei. Es läſst sich aus dieser Hypothese nicht nur das Gesetz ableiten, welches die Spannungen der Metalle

unter einander beobachten, — wozu nichts weiter erfordert wird, als daſs man zwiſchen allen unter einerlei Umständen sich befindenden Metallen denselben Koeffizienten der Spannung annimmt, — sondern sie enthält auch einen Erklärungsgrund für die Erscheinung, in Folge welcher die elektrische Spannung nicht blos von dem chemischen Gegensatze der beiden Körper, sondern auch von ihrer relativen Dichtigkeit abhängig ist, und darum sogar schon in verschiedenen Temperaturen verschieden sich zeigen kann. Aus denselben Ursachen, die wir schon in No. 34. bei der Bestimmung des Zusammenhanges, welcher zwischen den beiden Bestandtheilen eines gemischten Körpers Statt findet, aufgeführt haben, werden wir auch hier die uns unbekannte, von der Gröſse, Lage und Gestalt der sich berührenden Körpertheilchen abhängige Funktion in dem Umfange der chemisch veränderlichen Strecke konstant annehmen und mit φ' bezeichnen. Da nun die gebundene elektroskopische Kraft in der Scheibe *M*, zu welcher die Abscisse x gehört, ausgedrückt wird durch

$$n + (m - n)\, z,$$

und also die in der Scheibe M', zu welcher die Abscisse $x + dx$ gehört, durch

$$n + (m - n)\, z + (m - n)\, dz,$$

so ist die zwischen den Scheiben M und M' sich bildende Spannung

$$-\,\varphi'\,(m - n)\, dz,$$

folglich die Summe aller, im Umfange der einer chemischen Veränderung ausgesetzten Strecke veranlaſsten, Spannungen

$$-\,\varphi'\,(m - n)\,(z'' - z'),$$

wenn z' und z'' diejenigen Werthe von z vorstellen, welche dem Anfange und dem Ende der besprochenen Strecke zugehören.

Es erleidet aber die Spannung der Kette auſser der eben zergliederten dadurch noch eine zweite Abänderung, daſs die Enden der chemisch wandelbaren Strecke, welche mit dem übrigen chemisch unveränderlichen Theile der Kette in Verbindung stehen, während der Zersetzung bis zu ihrem bleibenden Zustande allmählig eine andere Natur annehmen, wodurch an jenen Stellen eine abgeänderte Spannung herbei geführt wird. Nennen wir nämlich ζ den Werth von z, welcher allen Stellen der in Rede stehenden Strecke zu-

kommt, ehe noch die chemische Veränderung in ihr begonnen hat, und bezeichnen wir den an den Enden dieser Strecke herrschenden Koeffizienten der Spannung, von dem wir voraussetzen, daſs er an beiden Enden derselbe sei, mit φ'', drücken wir ferner durch μ und ν die gebundenen elektroskopischen Kräfte derjenigen Stellen des chemisch unveränderlichen Theils der Kette aus, welche an der chemisch wandelbaren Strecke anliegen; so lassen sich die an diesen Stellen befindlichen Spannungen einzeln angeben. Sie sind nämlich, ehe noch die chemische Aenderung begonnen hat, folgende:

$$\varphi'' \left[\mu - (n + (m - n)\, \zeta)\right] \text{ und}$$
$$\varphi'' \left[(n + (m - n)\, \zeta) - \nu\right],$$

und nachdem der bleibende Zustand in der Zersetzung eingetreten ist, wenn man, wie eben, z' und z'' diejenigen Werthe von z sein läſst, welche in diesem Zustande jenen Stellen angehören, folgende:

$$\varphi'' \left[u - (n + (m - n)\, z')\right] \text{ und}$$
$$\varphi'' \left[(n + (m - n)\, z'') - v\right]$$

ihre Summe ist demnach in dem einen Falle

$$\varphi'' \, (u - v),$$

und im andern Falle

$$\varphi'' (u - v) + \varphi'' (m - n) (z'' - z'),$$

mithin ist der an jenen Stellen eingetretene Zuwachs der Spannung

$$\varphi'' (m - n) (z'' - z').$$

Fügt man diese Aenderung der Spannung zu der eben gefundenen hinzu, so erhält man für den ganzen, durch die Zersetzung bis zum Eintritte des bleibenden Zustandes herbei geführten, Unterschied der Spannung

$$(\varphi'' - \varphi') (m - n) (z'' - z'),$$

welcher, wenn man Φ statt $\varphi'' - \varphi'$ setzt, übergeht in

$$- \Phi (n - m) (z'' - z').$$

Bezeichnet man nun durch S die Gröſse des Stromes und durch A die Summe der Spannungen in der Kette, ehe noch eine chemische Veränderung begonnen hat, durch S' die Gröſse des Stromes, nachdem der bleibende Zustand der chemischen Verheilung eingetreten ist, endlich durch L die reduzirte Länge der ganzen Kette, welche, wie wir gesehen, unter allen Umständen dieselbe bleibt, so folgt

$$S' = \frac{A - \Phi\,(n-m)\,(z''-z')}{L},$$

oder, wenn man für $\frac{A}{L}$ das diesem Werthe entsprechende Zeichen S schreibt,

$$S' = S - \frac{\Phi\,(n-m)\,(z''-z')}{L},$$

so daſs also $\frac{\Phi\,(n-m)\,(z''-z')}{L}$ die durch die chemische Vertheilung in der Gröſse des Stromes veranlaſste Verminderung bezeichnet.

39) Nach allen diesen Zwischenbetrachtungen gehen wir nun zur endlichen Bestimmung der chemischen Vertheilung in der veränderlichen Strecke, und der durch diese Vertheilung herbei geführten Aenderung des Stromes in der ganzen Kette über, wobei wir jedoch stets nur den bleibenden Zustand der veränderten Strecke vor Augen haben werden. Setzt man in die Gleichung (♁), welche in No. 35. aufgestellt worden ist, für $\varkappa\omega\,\frac{du}{dx}$ seinen Werth S', der, wie wir eben gefunden haben, blos von bestimmten und unveränderlichen Werthen von Z abhängig, und deswegen in der Rechnung als eine konstante

Gröſse zu behandeln ist, ferner für z seinen in No. 36. angegebenen Werth $\frac{ab}{a+(b-a)z}$, so verwandelt sich jene Gleichung in diese:

$$o = S' + \psi\omega\beta + \psi\omega(\alpha - \beta)z -$$
$$- \frac{ab\nu(n-m)}{a+(b-a)z} \cdot \frac{dz}{dx},$$

oder, wenn man $S' + \psi\omega\beta = \Sigma$ und $\psi\omega(\alpha - \beta) = \Omega$ setzt in:

$$o = \Sigma + \Omega z - \frac{ab\nu(n-m)}{a+(b-a)z} \cdot \frac{dz}{dx},$$

aus welcher man durch Integration folgende ableitet:

$$c = \frac{(b-a)\Sigma - a\Omega}{ab\omega(n-m)}x + log. \frac{\Sigma + \Omega z}{a+(b-a)z},$$

wo c eine noch zu bestimmende Konstante vorstellt. Bezeichnet man durch χ die Abscisse derjenigen Stelle der chemisch veränderten Strecke, für welche z noch denselben Werth hat, der vor dem Eintritte der chemischen Zersetzung einer jeden Stelle dieser Strecke zukam, für welche also $z = \zeta$ ist, und bestimmt dieser Angabe gemäſs die Konstante c, so erhält unsere letzte Gleichung folgende Gestalt:

$$\frac{\Sigma + \Omega z}{a + (b - a) z} = \frac{\Sigma + \Omega \zeta}{a + (b - a) \zeta} \cdot e^{\frac{(b-a)\,\Sigma - a\Omega}{a b \omega\,(n - m)}(\chi - x)},$$

wo e die Basis der natürlichen Logarithmen bezeichnet.

Zur Bestimmung des Werthes χ führt folgende Betrachtung. Da nämlich ζ den Raum bezeichnet, welchen der Bestandtheil A in jeder einzelnen Scheibe der veränderlichen Strecke vor dem Beginne der chemischen Zersetzung ausfüllt, so drückt, wenn man durch l die wirkliche Länge dieser Strecke bezeichnet, $l\zeta$ die Summe aller Räume aus, die der Bestandtheil A auf die ganze Ausdehnung der veränderlichen Strecke einnimmt; diese Summe muſs aber, weil nach unserer Voraussetzung von keinem der Bestandtheile irgend etwas aus der genannten Strecke sich entfernt, und beide unter allen Umständen dieselbe Summe der Räume behaupten, auch nach erfolgter chemischer Zersetzung noch stets dieselbe bleiben. So erhält man

$$l\zeta = \int z\, d\, x,$$

wo für z sein aus der vorigen Gleichung sich ergebender Werth zu setzen ist, und als Grenzen

des Integrals die dem Anfange und Ende der veränderlichen Strecke entsprechenden Abscissen zu nehmen sind.

Diese beiden letzten Gleichungen, in Verbindung mit der zu Ende der vorigen Nummer gefundenen, beantworten alle Fragen, die über den bleibenden Zustand der chemischen Vertheilung und die dadurch bewirkte Abänderung des elektrischen Stromes aufgeworfen werden können, und bilden sonach die vollständige Grundlage zu einer Theorie dieser Erscheinungen, deren Ausbau nur auf eine neue Zufuhr durch Versuche wartet, um nicht durch das Aufeinanderhäufen einer Menge problematischer Materialien sich in eine philosophische Leere zu verirren.

40) Am Schlusse dieser Untersuchungen wollen wir noch einen besondern Fall herausheben, welcher zu Ausdrücken führt, die ihrer Einfachheit wegen die Art und Weise der durch die chemische Umwandlung der Kette herbei geführten Aenderungen des Stromes bequemer überblicken lassen. Nimmt man nämlich an, daſs $a = b$ und $\alpha = \beta$ ist, so verwandelt sich die in voriger Nummer aufgestellte Differenzialglei-

chung in folgende:

$$o = \Sigma\, dx - a\omega\,(n-m)\, dz,$$

aus der man durch Integration erhält:

$$z - \zeta = \frac{\Sigma\,(x-\chi)}{a\omega\,(n-m)},$$

wenn χ den Werth von x bezeichnet, für welchen $z = \zeta$ wird. Da in diesem Falle der Werth von z auf gleiche Unterschiede der Abscissen sich stets um gleich viel ändert, so muſs die Abscisse χ, welche seinem mittlern Werthe ζ, wie er vor dem Beginne der Zersetzung an allen Stellen der veränderlichen Strecke vorhanden war, zugehört, auf die Mitte dieser Strecke hinführen. Stellen also z' und z'', wie vorhin, die Werthe von z vor, welche dem Anfange und dem Ende der chemisch wandelbaren Strecke entsprechen, und bezeichnet l die wirkliche Länge dieser Strecke, so folgt aus unserer letzten Gleichung

$$z'' - \zeta = +\tfrac{1}{2}\,\frac{l\Sigma}{a\omega\,(n-m)}$$

und

$$z' - \zeta = -\tfrac{1}{2}\,\frac{l\Sigma}{a\omega\,(n-m)},$$

und aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich:

$$(n-m)\,(z''-z') = \frac{l}{a\omega}\,.\,\Sigma,$$

oder, wenn man statt $\frac{l}{a\omega}$, wodurch hier nichts anders, als die unveränderliche, reduzirte Länge der chemisch wandelbaren Strecke ausgedrückt wird, den Buchstaben λ setzt, folgende:

$$(n-m)\ (z''-z') = \lambda\ \Sigma.$$

Setzt man diesen Werth von $(n-m)\ (z''-z')$ in die in No. 38. gefundene Gleichung

$$S' = S - \frac{\Phi\ (n-m)\ (z''-z')}{L}$$

und zugleich statt Σ seinen Werth $S' + \psi\omega\alpha$, so erhält man

$$S' = S - \frac{\Phi\lambda}{L}\ (S' + \psi\omega\alpha),$$

eine Gleichung, deren Gestalt recht dazu geeignet ist, die Natur der durch die chemische Umwandlung herbei geführten Aenderung des Stromes im Allgemeinen anzudeuten, und deren Aussagen mit den vielen Erfahrungen, die ich über das Wogen der Kraft in der Hydrokette gemacht, und nur zum kleinsten Theile mitgetheilt habe *), recht gut zusammen stimmen.

---

*) chweiggers Jahrb. 1825 Hft. 1. und 1826 Hft. 2.

Verbesserungen.

Seite 17, Zeile 3, $FGHI$ statt $FG'\,HI'$.
- 152, - 4 von unten fehlt zwischen A und $2L$ der Bruchstrich.
- 199, - 3 von unten: annimmt statt einnimmt.

Anmerkung zu Seite 152

Bei der Bestimmung der Elektrizitätsmenge in den Theilen P und P' ist auf eine verschiedene Kapazität dieser Theile für Elektrizität nicht Rücksicht genommen worden. Nachdem die Erfahrung sich für eine Verschiedenheit in der elektrischen Kapazität der Körper ausgesprochen haben wird, sind alle auf den Theil P sich beziehenden Elektrizitätsmengen noch mit γ, die zu dem Theile P' gehörigen mit γ' zu multipliziren, wenn γ und γ' die Kapazitäten der Theile P und P' bezeichnen.

Gedruckt bei J. G. F. Kniestädt.

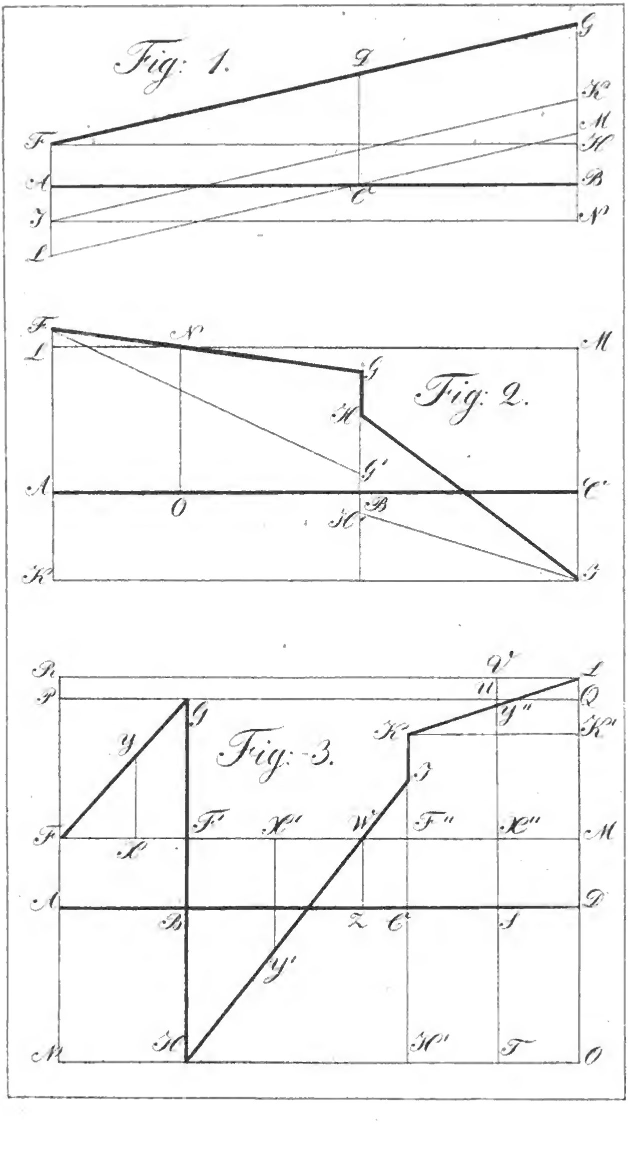
Fig: 1.
G
D
K
M
F
H
A
B
C
J
N
L
Fig: 2.
F
N
L
M
G
H
G'
A
C
O
B
H'
K
J
Fig: 3.
R
V
L
P
U
Q
G
Y''
K
K'
Y
J
F
F'
X'
W
F''
X''
M
X
A
D
B
Z
C
S
Y'
H
H'
T
N
O

Digitized by Google